



Ana Cláudia Jerónimo do Rosário Dias

Licenciatura em Matemática

O Estado da Arte na Investigação sobre a Utilização de Software Educativo para o Ensino da Matemática

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre no
Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e do Secundário

Orientador: Doutor António Manuel Dias Domingos
Professor Auxiliar

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor José Manuel Leonardo de Matos

Arguente: Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques

Vogais: Doutor António Manuel Dias Domingos



**FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

Janeiro de 2012



Ana Cláudia Jerónimo do Rosário Dias

Licenciatura em Matemática

O Estado da Arte na Investigação sobre a Utilização de Software Educativo para o Ensino da Matemática

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre no
Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e do Secundário

Orientador: Doutor António Manuel Dias Domingos
Professor Auxiliar
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor José Manuel Leonardo de Matos
Arguente: Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques
Vogais: Doutor António Manuel Dias Domingos



**FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

Janeiro de 2012

O ESTADO DA ARTE NA INVESTIGAÇÃO SOBRE A UTILIZAÇÃO DE SOFTWARE EDUCATIVO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

“Copyright” em nome de Ana Cláudia Jerónimo do Rosário Dias declaro que a Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou em forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

No desenvolvimento de investigações deste tipo há sempre uma ou outra pessoa, que por este ou aquele motivo, somos mais credores.

Agradeço ao Prof. Doutor António Domingos pela forma como me orientou na elaboração deste trabalho. Para além da excepcional competência científica e pedagógica com que sempre me acompanhou, congratulo-me com o fato de ter conhecido uma pessoa extraordinária, dotada de raras qualidades humanas. Sempre com uma palavra de grande conforto nos momentos de maior dúvida e de inestimáveis conselhos.

Agradeço a gentileza da Prof. Doutora Jana Traglova , que me disponibilizou o acesso a um artigo apresentado num colóquio de língua francesa, designadamente da autoria de Denis Bouhineau, Jana Trgalova e Jean François Nicaud, *A Análise de ILES para a Aritmética e Álgebra*.

Aos meus pais

*(pelo sentido que dão à minha vida
inscrevo o vosso nome em tudo que faço)*

RESUMO

Este trabalho centra-se nas pesquisas realizadas por seis equipas do TELMA (Technology Enhanced Learning in Mathematics) para, através das tecnologias digitais, melhorar a aprendizagem da matemática no espaço europeu. Com este propósito, as equipas, constituídas por elementos multidisciplinares e provenientes de diversas culturas, procuraram desenvolver formas de acção conjunta capazes de produzir conceitos e métodos tendentes a estabelecer aproximações entre si e entre estes e as diversas molduras teóricas emergentes dos contextos em que as acções se desenvolviam.

Pela adopção da experimentação cruzada, continuamente aperfeiçoada, procura-se atenuar progressivamente a fragmentação teórica existente, chegando-se às noções de *funcionalidade didáctica* e de *significado chave*, de *representações* e de *distâncias*, como resultantes holísticas dos contextos e, de cujo o estudo emerge a noção de *objetos de fronteira*.

Para se chegar a uma conclusão acerca da validade da experimentação cruzada, para superar as dificuldades que a fragmentação teórica coloca à aprendizagem da matemática com tecnologias digitais, torna-se conveniente ponderar sobre os seguintes aspetos:

A forma como tem evoluído o *software* educativo; os principais resultados até agora obtidos; a utilização que dele se tem vindo a fazer; quais as ferramentas mais utilizadas e como têm vindo a ser utilizadas.

Faz-se ainda uma análise documental relativo a atividades desenvolvidas na sala de aula com um *software* de geometria dinâmica, o *Geometer's Sketchpad* procurando evidenciar as noções acima referidas.

Termina-se o trabalho com algumas referências sobre as possibilidades abertas pelo projeto TELMA, à sua continuidade no projeto ReMath e a notoriedade que a experimentação cruzada está a ter a nível de algumas instâncias científicas.

Termos chave: experimentação cruzada, representações, funcionalidade didáctica, distâncias, ambientes de aprendizagem interativa, tecnologia reforçada de aprendizagem da matemática.

ABSTRACT

This work is focused on the research carried out by six teams of the TELMA (Technology Enhanced Learning in Mathematics), a project that was designed to enhance the learning of Mathematics in the European space through the support of digital technologies. With this purpose, these teams - set up with members from different disciplines and cultures - sought out the development of conjoint forms of action that would be able to generate concepts and methods tending to establish approaches between them and, also, between them and the different theoretical frameworks emerging from the contexts in which the actions were developed.

By the continuously perfected, adoption of crossed experimentation, it is wished to mitigate, gradually, the existing theoretical scattering, succeeding to the notions of *didactic functionality*, *key subject*, *representations* and *distances*, as holistic results of the contexts, from which the notion of *border objects* is derived.

To achieve to a conclusion about the validity of crossed experimentation as a means to outdraw the difficulties placed to the learning of Mathematics using digital technologies by the theoretical scattering, it is appropriate to take into consideration the following aspects:

The evolutionary pattern of educational software; the main results of it; its uses; the most used tools and the ways these tools have been used.

In order to provide some evidence of the notions mentioned above, a literature review concerning the activities developed in the classroom using the dynamic geometry software *Geometer's Sketchpad* is carried out.

The work ends with some references about further possible developments of the TELMA project, its continuity on the setting of the ReMath project and its visibility and recognition amongst some scientific institutions.

Keywords: cross experimentation, representations, didactic functionality, distances, Interactive Learning Environments, Technology Enhanced Learning in Mathematics

ÍNDICES:

| | |
|-------------------------------------|------|
| AGRADECIMENTOS E DEDICATÓRIA | i |
| RESUMO | iii |
| ABSTRACT | v |
| ÍNDICE DE FIGURAS | ix |
| ÍNDICE DE TABELAS | xi |
| LISTA DE ABREVIATURAS | xiii |

ÍNDICES DE MATÉRIAS

CAPÍTULO 1 -.INTRODUÇÃO

| | |
|------------------------------------|---|
| 1.1 PERTINÊNCIA DO ESTUDO | 1 |
| 1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO | 5 |
| 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO | 9 |

CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA

| | |
|--|----|
| 2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS | 11 |
| 2.2 A EVOLUÇÃO DAS TIC NO SISTEMA EDUCATIVO | 12 |
| 2.2.1 A Fase Inicial | 12 |
| 2.2.2 O Contributo Institucional | 13 |
| 2.3 A ESTRUTURAÇÃO DE UMA METODOLOGIA ATRAVÉS DOS RESULTADOS ALCANÇADOS | 15 |
| 2.3.1 A Prefiguração de Caminhos | 15 |
| 2.3.2 O Telma: Da Pesquisa Colaborativa à Experimentação – Cruzada | 16 |
| 2.3.2.1 Os Primeiros Resultados | 16 |
| 2.3.3.2 Atividades Entre As Equipas | 18 |
| 2.3.3.2.1 Funcionalidade Didática e Significado – Chave | 18 |
| 2.3.3.2.2 Noção de Representação e de Distância: Tipos e Subtipos de | |

| | |
|--|----|
| Distância | 21 |
| 2.3.3.2.3 O Papel do Contexto e Objetos de Fronteira | 26 |
| 2.4 A IMPORTÂNCIA DOS RESULTADOS ALCANÇADOS | 28 |
| 2.4.1 Funcionalidades Didáticas e Assunto – Chave | 29 |
| 2.4.2 Representações e Distâncias | 31 |
| 2.4.3 Objetos de Fronteira | 32 |
| CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA | |
| 3.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS | 37 |
| 3.2 RECOLHA DE DADOS | 38 |
| CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DE DADOS | 40 |
| CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES | |
| 5.1 CONCLUSÕES DO ESTUDO | 56 |
| 5.2 CONSIDERAÇÕES GERAIS: O TELMA e O ESTUDO DE CASO | 57 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 61 |
| ANEXOS | |
| Anexo 1. Descrição das características dos <i>software</i> estudados pela equipa TELMA | 62 |
| Anexo 2. Tarefas do 6º ano e do 7º ano da Dissertação “Actividades de Caráter Investigativo em Ambientes de Geometria Dinâmica” realizada pela Dra. Isabel Gorgulho | 73 |

LISTA DE FIGURAS

Lista dos *softwares* que se encontram no anexo 1:

| | |
|--|----|
| Fig 1. Anexo – ActiveMath | 63 |
| Fig 2. Anexo – AnimalWatch | 64 |
| Fig 3 Anexo – Cognitive Tutor | 64 |
| Fig 4. Anexo – MathTeacher | 65 |
| Fig 5 Anexo – MathXpert | 66 |
| Fig 6 Anexo – MsLindquist | 66 |
| Fig 7 Anexo – T-Álgebra | 67 |
| Fig 8 Anexo – Teclado virtual do Aplusix II | 69 |
| Fig. 9 Anexo – Mapa de exercícios do Aplusix II | 70 |
| Fig. 10 Anexo – Arilab2 (micromundos: Abacus, Fraction, Euro) | 71 |
| Fig 11 Anexo – E-slate | 72 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | | |
|-------------------|---|----|
| TABELA 2.1 | As ferramentas desenvolvidas e aplicadas por algumas equipas do TELMA na experimentação cruzada | 17 |
| TABELA 4.1 | Tarefas para o 6º ano | 42 |
| TABELA 4.2 | Tarefas para o 7º ano | 42 |
| TABELA 4.3 | Tópicos sobre uma abordagem tradicional e uma abordagem construtivista | 43 |

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|----------------|--|
| DDA | Digital Dynamical Artefacts |
| ERME | European Association for Research in Mathematics Education |
| GSP | <i>Geometer's Sketchpad</i> |
| MERS | Multiple External Representation |
| ILES | Interactive Learning Environments |
| Re-Math | Representing Mathematics with Digital Media |
| TIC | Information Technology Community |
| TELMA | Technology Enhanced Learning in Mathematics |
| TSI | Information Society Technologies |

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 Pertinência do Estudo

Quando, cada vez mais, se torna patente que o vanguardismo do mundo ocidental tem vindo a vacilar; quando também vai sendo do domínio público que a explosão de crescimento verificada nas últimas cinco décadas resultou, em grande parte, de estratégias económicas e níveis de produção elevadíssimos, solidamente apoiados por estruturas científico-tecnológicas, torna-se pertinente refletir acerca do papel que coube e tem cabido às aplicações matemáticas nas conjunturas do passado e do presente. Perspetivando os fatos deste modo, somos levados a crer que só pela manutenção da predominância científica que caracteriza o espaço europeu desde a Idade Média¹ se tornará possível continuar a enfrentar com sucesso os desafios concorrenciais que emergem de várias latitudes. Mas contrariamente às exigências que a mundialização coloca, o aproveitamento escolar na disciplina de matemática não tem sido animador e vai ficando aquém do desejável.

Numa época em que o mundo se torna cada vez mais instantâneo e o urgente se enquadra no normal, tendendo a fundir o hoje com o amanhã, o estudo que as equipas do TELMA (Technology Enhanced Learning in Mathematics) têm vindo a desenvolver sobre a aprendizagem reforçada da matemática com as novas tecnologias deve considerar-se não só pertinente mas inadiável pois a educação é o elemento chave da sociedade atual, ressaltando, no entanto, que educar é muito mais do que treinar pessoas para o uso das TIC (Information Technology Community) e sim o uso consciente, crítico, resultante de uma análise dos seus pontos fracos, intermédios, fortes e contextuais.

No entanto, a seleção e a análise de *software* exigem tempo, uma boa fundamentação teórica quanto ao conteúdo a ser explorado, um claro posicionamento dentro de uma abordagem pedagógica a ser seguida, um certo grau de intimidade com o recurso a ser utilizado e uma avaliação criteriosa a partir de ferramentas metodológicas definidas de acordo com cada contexto. Neste sentido torna-se pertinente que o estudo de pesquisa sobre as ferramentas metodológicas desenvolvidas pelo TELMA possam contribuir para que adopção de *software* educacional com características adequadas no que tange aos aspectos didático-pedagógicos para

¹ Excluindo os E.U.A, após a 1ª Guerra Mundial

minimizar a fragmentação teórica a nível do contexto na Europa e uma colaboração mais integrada e unificada, afinidades e complementaridades a nível da educação.

Tendo em conta o que já foi dito e a crise que se tem vindo a verificar na aprendizagem da matemática, os recursos tradicionalmente utilizados serão suficientes para fazer face às urgências permanentes em que as sociedades desenvolvidas se debatem?

Daí que, tendo em conta a sua fulcralidade e abrangência relativamente aos vários ramos das atividades científicas, tecnológicas, sociais e humanas, impõe-se forçosamente, reconhecer que não há mais tempo a perder.

Embora seja possível pensar-se que a ciência resultou da praxis, não se pode, também, inversamente, pensar que a praxis resultou da preexistência difusa de esboços mentais sincreticamente dispersos? O certo, porém, é que a interrogação continua em muitos espíritos. O que não deixa lugar a dúvidas, por constituir uma evidência, é a inconsistência de qualquer avanço científico ou tecnológico sem os fundamentos que a matemática confere.

A matemática definiu-se sempre por si própria em imagens numerizadas no mundo que nos rodeia e em todas nossas acções. Assim, embora as notações numéricas sejam uma conquista recente na globalidade histórica da humanidade, o certo, porém, é que a ideia de quantidade e de apoio instrumental necessários à sua sobrevivência estiveram sempre subjacentes e imprimiram aos seus atos uma significativa dose de racionalidade prática.

Atualmente esta forma de ser permanece quase na mesma e diferencia-se daquela em grau de recursos e de orientação objetiva. Daí o poder-se afirmar que a ciência e a tecnologia se apoiam reciprocamente desde os nossos primórdios.

À medida, porém, que esta reciprocidade se traduz em evolução e o conhecimento se aprofunda, a matemática deverá paralelamente, mostrar-se à altura de satisfazer às exigências que lhe forem colocadas. Fundamental para a ciência e transversal a muitos outros setores da atividade humana, a sua universalidade expressa-se nas concretizações do progresso. E não só: a sua evidência em todo o domínio físico e, de certo modo, até na própria lógica das instituições primárias ou inconscientes não poderia estar no cerne da imagem do deus matemático sugerido por Dirac? (Stewart, 2006) Interrogações deste género foram colocadas antes e depois dele por outros cientistas que, por encontrarem a matemática em tudo, tanto nas leis naturais que regem o universo como nas coisas sem importância do dia a dia, procuraram dessa forma preencher o vazio religioso que neles existia.

Os seus limites, como dos demais saberes, não podem ser demarcados e nem sequer previstos. Mas dada a sua onnipresença no contexto do processo atual e sendo evidente que a ciência e a

técnica caminham de mãos dadas, não se deve, pelo menos *à priori*, negar que as tecnologias digitais podem reforçar o processo da aprendizagem da matemática nas salas de aula. Onde a matemática ligada apenas aos aspetos quantitativos da realidade, circunscreveu-se apenas ao nosso prolongado período inicial. Da Mesopotâmia ao Nilo e depois à Grécia, e desta aos dias que decorrem, a matemática progrediu numa dialética em que a ciência e a técnica se influenciam reciprocamente em dinâmicas evolutivas que tendem a ultrapassar-nos. O papel até hoje desempenhado pelas instituições tradicionais de ensino estará em condições de dar respostas satisfatórias e atempadas ao que delas se espera? É certo que, de uma forma geral, têm como objetivo formar de modo a que o indivíduo possa ser, ele próprio, na vida futura, sujeito activo do seu desenvolvimento profissional, moral e social, por disponibilizar de conhecimentos diversificados permitindo-lhe essa constante adaptação.

No tocante às tecnologias digitais ao serviço da educação, Miranda (2009) deixa passar a ideia de que a sua utilização é encarada com alguma relutância pelas instituições de ensino. Bonk e Graham (2006) referem ainda que o mesmo tem vindo a acontecer noutros países. Por outro lado, a referida investigadora afirma que esta forma de ensinar e de aprender tem sido utilizada em cursos práticos e profissionalizantes e também a nível empresarial, em acções de formação e atualização de quadros e de outros trabalhadores.

Lamentando as razões preconceituosas (referindo-se ao ensino superior) que julga estarem na base das reservas existentes, Miranda (2009) afirma ainda que a ausência de um comprometimento institucional no sentido de dar uma volta a esta situação tornará vãs quaisquer tentativas pessoais ou as que isoladamente e sem apoios se façam ou se venham a fazer.

Também da mesma opinião se mostram os pesquisadores Costa, Peralta e Viseu (2007). Estes referem-se ainda ao fato de que, acerca das TIC, continuam a faltar obras estruturadas de uma forma unitária e sequencial e que as publicações existentes se revestem de certa aridez.

A coletânea de textos organizada pelos citados pesquisadores aborda aspetos sobre contextos, as TIC e as escolas, a formação de professores e aos recursos de aprendizagem. Destes quatro temas, apontam-se alguns dos seus pontos:

- No que toca aos contextos, aborda-se o que tem sido feito, tanto no nosso país como no estrangeiro, na área da investigação científica, nos recursos disponibilizados às escolas e no uso que estas têm feito das TIC. Refere-se ainda à evolução das TIC, aos novos contextos de aprendizagem colaborativa e às decorrentes dos ambientes virtuais e de prática e às ilações quanto às novas perspectivas abertas para o ensino.

- Relativamente às TIC a à escola, põem-se em confronto as posições assumidas por professores e alunos sobre o uso das TIC e as formas como reagem aos seus desafios; defende-se a introdução das TIC no ensino pré-escolar e as vantagens que podem apresentar; fala-se ainda do seu papel na formação das crianças e de alunos no decurso da sua escolaridade obrigatória, em obediência ao projeto “Aprender na Escola e em Rede”.
- Sobre a formação de professores abordam-se, de uma forma genérica, questões acerca da preparação inicial e contínua a que devem submeter-se com vista à sua tarefa de integrar as ferramentas digitais nos processos de ensino e aprendizagem.
- Referindo-se aos recursos de aprendizagem cingem-se essencialmente às formas de utilização dos software como meio construtivo de conhecimento ou como um recurso adicional às atividades normais das salas de aula.

A nível europeu, porém, decorre um projeto de pesquisa conjunta especificamente centrado no desenvolvimento de conceitos e métodos visando melhorar a aprendizagem da matemática através das tecnologias digitais em rede. Mais: pretende-se também que os resultados do seu plano tenham um amplo campo de aplicação que não se restrinja apenas a uma comunidade ou a um dado contexto.

A acção do TELMA, pois assim se chama o departamento do Caleidoscópio em Rede criado para liderar esta pesquisa sob a égide da Comunidade Europeia, é desenvolvida por seis equipas multidisciplinares, altamente especializadas e culturalmente heterogéneas. Reúne, portanto, a vantagem de ter ao seu dispor não só um sólido capital intelectual como também de meios financeiros que lhe permitirão, senão alcançar, pelo menos aproximar-se dos seus objetivos.

Comparando os dois panoramas - o nacional e o europeu, verifica-se para além da disparidade de recursos, a ausência de um projeto institucional. Desta comparação torna-se fácil inferir que, a fazer-se um estudo do primeiro caso, poder-se-iam encontrar pontualmente pistas que embora muito positivas, improvavelmente se mostrariam como respostas às exigências dos tempos que decorrem. No segundo caso, pelo contrário, fica-se entre a dúvida e a possibilidade. Isto porque pelo que, se tem vindo a dizer a partir dos dois últimos parágrafos, as vantagens do TELMA além de se evidenciarem em termos de maiores recursos financeiros, tecnológicos, intelectuais, e organizacionais, orienta-se já de uma forma planificada no desenvolvimento construtivo de uma metodologia que parece promissora.

1.2 Objetivos do Trabalho

Assim, com base nas pesquisas do TELMA, o presente trabalho incidirá sobre as formas como evoluíram os *software* educativos; os principais resultados que, ao longo do tempo, se foram alcançando; a utilização que esses mesmos resultados têm vindo a ter; quais as ferramentas mais utilizadas e como tem vindo a ser feita essa utilização. *Face às noções desenvolvidas pela equipa TELMA, pretende-se avaliar a qualidade do software GSP no contexto ensino/aprendizagem da Geometria na sala de aula?*” com base no documento “*Actividades de carácter investigativo em ambientes de geometria dinâmica*” realizado pela Dra. Isabel Gorgulho que teve como objetivo central analisar as potencialidades dos Ambientes de Geometria Dinâmica usando o *software* GSP aplicado a tarefas de carácter exploratório e investigativo com dois grupos de par de alunos do 6º e 7º anos. Será que a metodologia seguida pela autora dessa dissertação se adequa às funcionalidades didáticas do GSP, será que existe uma grande distância entre as funcionalidades didáticas desta ferramenta com o currículo (distância curricular); será que existe uma grande distância entre as funcionalidades didáticas desta ferramenta com a pedagogia? (distância pedagógica). Quais as principais formas de *feed-back* fornecidas no contexto professora/investigadora/aluno; qual o papel do GSP no processo de resolução de problemas e validação das soluções e qual a distância entre os objetos e os meios de manipular oferecidos pelo GSP e os usados em papel e lápis para as tarefas propostas.

Agora, torna-se necessário referir, de conformidade com os objetivos acima mencionados cada um dos pontos abordados neste trabalho.

Depois de ponderadas as evidências resultantes destes aspetos, questionar-se-á até que ponto os resultados e as utilizações descritas poderão concorrer para a dinâmica e o sucesso da aprendizagem da matemática nas salas de aula em vários contextos de aprendizagem.

O estudo desenvolvido em gabinete há cerca de 40 anos por Papert dá verdadeiramente início às pesquisas sobre o papel que os *software* podem ter na educação (Bottino e Kynigos, 2009 citando Cornu e Ralston (1992), Crowe e Zand (2000), Hoyles e Lagrange (2001)).

Artigue, Cerulli, HaspeKian e Maracci (2009) referem que as pesquisas subsequentes a esta, não conduziram aos resultados que se esperavam. Por se limitarem aos contextos dos quais emergiam e a metodologias desconstruídas, conseqüentes às perspetivas pessoais de cada um dos

pesquisadores, confundem-se e entrelaçam-se numa diversidade cada vez maior de molduras teóricas.

Em resultado disto, na altura promoveram-se conferências internacionais, aulas práticas e intercâmbios que, entretanto, pela forma como foram conduzidos, não obtiveram quaisquer resultados positivos, referem Bottino e Kynigos (2009) já anteriormente se tinham mostrado da mesma opinião Azzarelo e al. (2008) e Prediger e al. (2008).

A pista viria a ser parcialmente dada por Lagrange e al (2001) através de um estudo no qual salienta a necessidade de se criar um plano e implementar ferramentas e metodologias funcionais numa vasta esfera, abrangente a diversos contextos (Bottino e Kynigos, 2009).

Finalmente, o problema acaba por ser identificado pela Comissão Europeia como pertencente ao domínio das IST (Information Society Technologies) que congrega os nomes mais notáveis da investigação europeia, tanto na área das TIC como das ciências sociais, psicologia, ciências cognitivas e ensino (Bottino e Kynigos, 2009).

Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci (2009) referem que o primeiro passo é dado em pesquisas de campo, partilhadas através de descrições, explanações, leituras e selecções. A ineficácia desta estratégia conduz a alternativas que acabam por chegar ao método da *experimentação cruzada*. A partir de então, pretendeu-se desenvolver uma linguagem comum para determinar o que, de uma forma explícita ou implícita pode estar na origem da fragmentação teórica.

A experiência já tida levou a reconhecerem que a definição clara das suas próprias diversidades culturais e estruturas teóricas pelas quais se regiam era fator essencial ao entendimento das perspectivas assumidas entre elas, e entre elas e os contextos. Funcionariam, portanto, de forma integrativa permitindo trocas mais dinâmicas entre si e, ao mesmo tempo, menos acentuadas seriam as diferenças que persistissem (Bottino e Kynigos, 2009).

Este resultado capacita o desenvolvimento de instrumentos metodológicos específicos e práticas de colaboração cuja eficiência permite chegar as noções de funcionalidades didáticas e de assunto chave. A noção de assunto chave, entendida como ferramenta capaz de conduzir ao conhecimento de *sensibilidades comuns* entre as equipas, possibilita a realização da primeira análise e comparação das perspectivas desenvolvidas por elas (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009). Consequentemente desenvolvem estratégias para o fortalecimento dessas afinidades e

atenuação das diferenças (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009). Como meios de suporte e de inspiração, referem os mesmos, socorrem-se da teoria das situações

didáticas, da antropologia das didáticas, da mediação semiótica e outras desenvolvidas por investigadores atuais e precedentes.

As funcionalidades didáticas e os significados chave, por trazerem novos recursos representacionais, abrem caminho ao desenvolvimento de uma linguagem comum em contextos alargados. Este fato aliado à circunstância de já ser possível a realização de análises comparativas conduz à noção de *distância* cuja definição assenta na comparação de dois conjuntos onde por um lado se colocam as formas pelas quais os objetos matemáticos (signos) e as relações entre eles são representados pelas ferramentas tecnológicas e por outro também se colocam as representações das atividades de ensino e aprendizagem no projeto dessas ferramentas tecnológicas. As diferenças entre as maneiras como são usadas na experiência e as diferentes representações da ferramenta tecnológica determinam a noção de distância (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009).

Para elaboração do uso de noção de distância como ferramenta tecnológica em matemática e em investigação sobre a sua aplicação, o TELMA, conforme Morgan, Mariotti e Maffei (2009), considera os recursos epistemológicos e os recursos sociais. No primeiro caso, ao considerar as relações entre as representações dos objetos matemáticos tradicionais e os computacionais e no segundo, ao considerar que as representações dos objetos matemáticos do meio computacional geram percepções matemáticas nas salas de aula variando em significância consoante os aspetos curriculares, pedagógicos e didáticos emergentes do contexto social.

Outro resultado a ser acrescido à experimentação cruzada com a finalidade de diluir os quadros teóricos (Kynigos e Psycharis, 2009) assenta na noção pragmática adquirida acerca dos contextos como instrumentos metodológicos. Os contextos de situação, de tarefa e outros de natureza localizada por revelarem que a cognição humana é reflexo de vivências concretas representam quadros conceptuais propícios ao raciocínio matemático.

Apesar da sua importância, os contextos localizados são insuficientes para a compreensão do ambiente das salas de aula na medida em que tanto a própria escola como os alunos e os professores estão afetos aos aspetos contextualizados dos cenários exteriores que os rodeiam. Por outro lado, as acções dos alunos no contexto da sala de aula resultam de um processo dinâmico

de estruturação contínua inarticulável por estruturas pré-definidas, por dificultarem abordagens de pesquisa no que toca ao plano e à análise. Daí que Kynigos e Psycharis (2009) citando Kynigos e Teodossopoulou (2001) tenham referido, que ao utilizarem a teoria das

“perspetivas emergentes” de Cobb e Yackel (1996) na análise de “dados” sobre um grupo de trabalho de matemática com computadores na sala de aula, fizeram-no sob uma perspectiva “ênica, dialógica e social”. Assim, a sala de aula foi encarada como uma representação em miniatura das multiplicidades referentes ao meio circundante em que se insere. Como uma entidade viva cujas acções não consentem articulações predefinidas, exigindo que tais articulações resultem de um processo discursivo e dinamicamente conduzido pelo diálogo com vista a uma identificação cada vez mais aproximada da semântica contida pelos signos.

Assim, em resposta às complexidades da contextualização quanto ao aperfeiçoamento e alargamento do espaço de linguagem comum, desenvolveu-se uma ferramenta metodológica para análise contextual que possibilitasse a concepção de artefatos como *objetos de fronteira*. O objetivo era criar um *software* cujas representações coubessem no *design* popular de uma forma mais precisa e clara, em diversos contextos.

Os resultados alcançados e acima descritos têm sido utilizados no próprio aperfeiçoamento da experimentação cruzada. Representam acréscimos notáveis para a concepção de novas metodologias e de *software* cada vez mais adequados aos objetivos que se têm em vista. Deste modo as noções de funcionalidade didática e significados chave, de distância relativamente às representações do objeto matemático e ainda as de contexto e objetos de fronteira, concretizam-se como passos bastante positivos de um processo que, embora ainda em evolução, parece já, de certo modo, ultrapassar os níveis de simples promessa.

Em seguida faz-se referência aos *softwares* mais utilizados nas pesquisas e às características das suas funcionalidades.

Fecha-se o trabalho com uma breve conclusão.

1.3 Organização do Trabalho

Os objetivos acima enunciados não só imprimiram um direcionamento às leituras, como também permitiram circunscrever, de uma forma seletiva, os trechos dos artigos que mais interessavam ao presente trabalho. Mas, se por um lado a atenção recaiu predominantemente neles, pela representatividade que tinham, por outro lado não se ignoraram, por completo, os restantes pontos abordados nos artigos por serem indispensáveis à formação de uma ideia mais consentânea e rica em ilações capazes de ampliar o entendimento sobre as estratégias que estavam a ser seguidas.

Assim, acompanhando sempre os passos cronológicos da publicação dos cinco artigos tornou-se possível, de certo modo, sequencializar a evolução da experimentação cruzada. Por esta via foi obtida, em primeiro lugar, uma visão geral acerca da evolução das TIC no contexto educativo da matemática e, posteriormente como se foi processando o desenvolvimento e o aperfeiçoamento das ferramentas metodológicas e tecnológicas no decurso das pesquisas do TELMA. A sua preocupação centrando-se no desenvolvimento de uma linguagem comum que funcione como elemento aglutinador das diversidades teóricas originadas pelos contextos, multiplicidade de abordagens e de métodos conduz ao entendimento de que só pelo diálogo intercontextual será possível alcançar elos de conexões recíprocas, daí que certos aspetos semióticos e epistemológicos se mostrassem fundamentais pelo grau de adequação alargada que os significantes e os significados pudessem vir a ter em diversos contextos. É na sequência desta ideia e do potencial que as noções de representação e de distância assumem relevância e com elas as TIC pelos novos recursos representacionais que podem criar e pela enorme variedade de distâncias que podem, paralelamente, identificar.

Estas conquistas levam à esperança de que também se podem vir a operar novas formas de compreender que não encarem a integração como a construção de uma estrutura quase única. Fundando-se uma maior diversidade de representações e distâncias e análises comparativas possibilitarão a intensificação da experimentação cruzada e com ela a criação de uma metalinguística emergente de coerências comuns subjacentes a todos os contextos.

As diversas noções acima referidas foram enquadradas no capítulo 2 que, por sua vez, se divide em quatro subcapítulos desta tese que, assumidamente se explicitam no parágrafo anterior.

Finalmente, seguiu-se a leitura e a análise da dissertação produzida pela professora Isabel Gorgulho, “Actividades de carácter investigativo em ambientes de geometria dinâmica: um estudo com alunos de 6º e 7º anos” à luz das noções desenvolvidas pelo TELMA, ou seja a noção de

funcionalidade didática, representação e de distância no contexto prático da sala de aula com a implementação do GSP.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo torna-se agora necessário referir, muito resumidamente, a forma como evoluíram as tecnologias digitais no campo educacional, de Papert ao aparecimento do projeto TELMA; como a metodologia da experimentação cruzada se foi construindo pelo constante aperfeiçoamento das ferramentas metodológicas e digitais que cria; como tais resultados podem concorrer para reforçar, de um modo construtivista e em diversos contextos, o processo de ensino/aprendizagem da matemática nas salas de aula.

2.1 Considerações Gerais

Não é sem causa que a sociedade pós-industrial que corresponde à dos tempos que correm é também designada por sociedade da informação ou sociedade do conhecimento. Estes termos, se contextualizados, dão-nos bem a ideia da sinonímia e da reciprocidade de ambos: a importância que a informação tem na construção do conhecimento científico-tecnológico e, inversamente, no contributo que este mesmo conhecimento tem vindo a dar para o aperfeiçoamento e a celeridade da informação.

Foi assim desde sempre. Impercetível nos primórdios; aparentemente estagnado na Idade Média e dinâmico após a imprensa. O seu ritmo, porém, foi sempre, e continua a ser, progressivamente acelerado. E quanto mais a temporalidade e as distâncias se retraem, mais globais se tornam as exigências que entre si se colocam. Nos nossos dias, com a digitalização dos meios de informação, pretende-se, cada vez mais, que os fatos se coloquem em tempo real porque as noções de tempo e de espaço se esbatem e o termo “esperar” vai perdendo sentido.

Estas novas formas de ser operam-se em função dos avanços até agora alcançados e a escola que tem sido a sua fonte, deve estar em condições de olhar para o futuro e preparar indivíduos capazes de enfrentar os desafios para os quais, talvez em breve, a sociedade não seja capaz de lhes dar resposta. Se é certo que a eficiência que se espera das tecnologias digitais não está ainda comprovada no que toca à construção reforçada do conhecimento, não se pode, por outro lado, negar que o *software* tem sido uma ferramenta de apoio quase indispensável a estudantes,

trabalhadores e até mesmo àqueles que, embora desligados da vida ativa, procuram alguma atualização. Além disso, o que com eles se pretende, não é a abolição do ensino em presença, mas somente que, de parceria, se conjuguem sinergicamente, tendo em consideração o potencial de representações práticas que podem transmitir para que o aluno tenha uma compreensão mais clara dos conceitos e das práticas que lhe são expostas nas salas de aula.

2.2 A Evolução das TIC no Sistema Educativo

2.2.1 A Fase Inicial

Apesar de, actualmente, ainda persistirem muitas resistências à introdução das tecnologias digitais nas instituições de ensino, os adeptos da sua utilidade situam-se já no século passado.

Bottino e Kynigos (2009), citando Cornu e Ralston (1992), Crove e Zand (2000), Hoyles e Lagrange et al. (2001) referem que o primeiro trabalho de pesquisa nesse sentido foi realizado isoladamente e em gabinete de estudo por Papert há cerca de quarenta anos atrás. Os citados autores qualificam-no como de grande importância e “dotado de uma identidade própria, linguagem e conjuntos de estruturas teóricas de idealizações” (Bottino e Kynigos, 2009, p. 203).

Haspekian e Maracci (2009) apoiando-se em Bottino e Kynigos (2009), apontam que as pesquisas posteriormente realizadas em contextos diversos e de forma quase independente e seguindo metodologias desconhecidas umas das outras não conduziram aos resultados que se esperavam.

Limitando-se aos cenários dos quais emergiam, acabaram por dar origem a uma quantidade imensa de estruturas teóricas e de planificações sem quaisquer correlações. Esta situação em nada concorreu nem para o ensino da matemática nem para que se firmasse a ideia de que as tecnologias digitais poderiam ser uma via “para o desenvolvimento do conhecimento e para a clareza da comunicação fora das comunidades” onde essas mesmas pesquisas decorriam (Bottino e Kynigos, 2009, p. 204).

Os mesmos autores reconhecem ainda que esta multiplicidade de tendências mostrava-se prejudicial às leituras que delas se pretendiam fazer no sentido de encontrar uma orientação comum sobre o que nelas houvesse de essencial e também do que nelas pudesse continuar ainda em aberto.

O mesmo artigo refere-se, ainda, às conferências internacionais, às aulas práticas e aos intercâmbios feitos entre grupos diferentes sem que daí adviessem quaisquer resultados dignos de

nota. A ideia que ficou da descoordenação existente em resultado da forma como foram conduzidas essas acções concorreu para o descrédito da validade dos resultados assim obtidos (Azzarello et al., 2008, p. 204).

Este posicionamento é, porém, desde cedo, compartilhado por investigadores sensíveis à introdução das TIC no sistema educativo e aos obstáculos que a grande variedade de estruturas teóricas têm vindo a colocar.

Lagrange et al. (2001), num meta-estudo sobre a fragmentação teórica põem em evidência a necessidade de se criar um plano que conduzisse à “implementação de instrumentos e metodologias capazes de ter um amplo campo de aplicação e não se restringissem unicamente a uma comunidade particular” (Bottino e Kynigos 2009, p. 204). Esse estudo é também referido por Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci (2009, p. 217). Não se torna, por isso, difícil deduzir que o meta-estudo acima referido procura ser uma proposta de actuação, visando pôr fim à confusão resultante de planificações independentes umas das outras que, limitando-se a cenários muito restritos circunscreviam-se apenas ao entendimento desses particularismos.

Por este fato e tendo em conta o que foi transcrito, acredita-se que os pesquisadores do TELMA tenham visto este estudo como uma primeira forma de perspetivar as pesquisas com tecnologias digitais alargada a diversos contextos e, ao mesmo tempo dotado de sentido metodológico. Assim, o termo meta-estudo por eles utilizado torna-se claro e apropriado, porque o prefixo meta passa a expressar a ideia de generalização de um signo fora dos moldes semânticos habituais e que, neste caso concreto, quer dizer “para além de”. Como exemplos, apontam-se os termos metalinguagem e metafísica entre muitos outros.

Com esta percepção dos fatos a fundamentar estratégias pertinentes, os caminhos começam a delinear-se e as pistas a serem seguidas e identificadas. Com o entendimento do estudo de Lagrange, numa altura em que a multiplicidade de tendências mal relacionadas afluíam de uma forma emaranhada, pode, em certa medida, ter concorrido para que se envidassem, posteriormente, acções conjuntas, devidamente orientadas, para que os verdadeiros caminhos se comesçassem a definir e, as estratégias a seguir se fossem também delineando.

2.2.2 O Contributo Institucional

Em face disto, a comunidade de pesquisa de educação matemática desenvolveu estudos de comparação e conexão entre as diferentes estruturas teóricas até então desenvolvidas e as

metodologias de trabalho que estiveram na base desses desenvolvimentos, o que é devidamente explicitado em dois números do *Jornal Zentralblatt für Didaktik* (ZDM 2005 e ZDM 2006, vol 38 (1)), por um grupo de trabalho especialmente dedicado a estes temas e ainda por duas conferências da ERME (European Association for Research in Mathematics Education).

A Comissão Europeia, tendo também identificado o mesmo problema, corrobora a ideia “da integração das diversas perspectivas, ferramentas e estruturas teóricas” assumindo-as como cruciais e colocando-as, por isso, na esfera do IST (Information Society Technologies).

“Este organismo que envolve estudos em ciências computacionais, ciências cognitivas, ciências sociais, ensino e ramos da psicologia bem como no dos sistemas e desenvolvimento de *softwares*, ficam largamente abertos aos problemas das teorias e da fragmentação do conhecimento” (Bottino e Kynigos, 2009, p. 204).

A partir do momento em que a questão passa para a esfera institucional, as perspetivas existentes melhoram. Consequentemente, dentro do Caleidoscópio em Rede por Excelência, organismo fundado pela Comunidade Europeia (IST-507838-2003-2007), é criado o TELMA com a finalidade de suprir as deficiências de que sofre o sistema educacional europeu na área da educação matemática, mais especificamente nos domínios da aritmética e da álgebra.

Constituído por 6 equipas de investigação, dispondo de elementos com uma sólida experiência em educação matemática com tecnologias digitais, visam promover e desenvolver a elaboração conjunta e articulada de conceitos e métodos para a exploração futura da aprendizagem da matemática com as TIC (Bottino e Kynigos, 2009).

Com este objectivo e num primeiro momento, recorrem às pesquisas de campo num estudo conduzido de uma forma partilhada através de descrições mútuas, explanações, leituras e selecções (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 219). Nesta fase, cada equipa produziu as suas próprias estruturas teóricas e, de acordo com elas, projetou, implementou e desenvolveu meios de aprendizagem. Isto serviu para testar a representatividade de cada equipa relativamente ao contexto em estudo.

Os procedimentos que a partir de então adoptam, revelam que ao propósito de desenvolver uma linguagem comum aliam a necessidade de utilizar tópicos comuns de pesquisa para analisar a influência entrelaçada que, de uma forma explícita ou implícita, se coloque consoante os diversos

contextos e as estruturas teóricas presuntivamente assumidas como referentes por cada uma das equipas (Bottino e Kynigos, 2009)

2.3 A Estruturação de uma Metodologia através dos Resultados Alcançados

Nesta fase inicial cada equipa produziu, as suas próprias estruturas teóricas e, de acordo com elas, projetou, implementou e desenvolveu meios de aprendizagem consentâneos. Serviu, portanto, para testar a representatividade de cada uma relativamente aos contextos em estudo. Assim, ao mesmo tempo que as suas identidades culturais se definem, definem-se também os aspetos afins e divergentes entre elas.

A metodologia da experimentação cruzada, não é, por conseguinte, um conjunto de procedimentos técnicos e científicos já padronizados e, como tal, um modelo também já acabado. Os métodos que utiliza vão-se construindo gradualmente e na mesma medida em que as pesquisas progridem através da contextualização de noções sob pontos de vista práticos, com o fim de estruturarem, de forma operacional, ferramentas metodológicas.

Ao longo deste subcapítulo vão ser abordadas, na ordem que se segue, as noções de funcionalidades didáticas e de assunto-chave, de representação e de distância nos tipos e subtipos de interesse para o projeto TELMA e, por último, as de contexto e objetos de fronteira.

2.3.1 A Prefiguração de Caminhos

Foi já referido que as investigações levadas a efeito com as TIC não atenuavam suficientemente o problema da fragmentação teórica existente. Disso dá-nos conta o estudo de Lagrange onde se apresentam alternativas de certo modo positivas para ultrapassar este problema. No mesmo trabalho também se evidencia que a superação das causas que as determinaram, pela diversidade de aspetos e subtilezas que comportam, tendem sempre a escapar-se, mesmo quando elas se situam naquilo que está em estudo (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p 219). No entanto, apesar das dificuldades que parecem obstaculizar os seus propósitos, no sentido de tornar menos frágeis as construções teóricas feitas até ao momento, começam a prefigurar-se caminhos de sucesso.

Um dos aspetos reside em que “projetistas de artefatos educacionais tentam desenvolver instrumentos capazes de migrar de um contexto de ensino para o outro” (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p.219), o que, como é óbvio, vem incentivar as pesquisas em rede por se mostrarem um meio eficaz para o esbatimento das distâncias existentes entre os diversos contextos de aprendizagem.

2.3.2 O TELMA: Da Pesquisa Colaborativa à Experimentação-Cruzada

Tal como o Caleidoscópio em Rede, cujo objetivo é “promover a elaboração conjunta de conceitos e métodos para a exploração futura do ensino com tecnologias digitais” (Bottino e Kynigos, 2009, p. 209) o TELMA, que se integra nele, visa também os mesmos objetivos mas, especificamente, na área da educação matemática, em contextos que se inserem no espaço da Europa Comunitária.

2.3.2.1 Os Primeiros Resultados

Na fase inicial enfrentou-se o desafio da diversidade cultural das suas equipas de pesquisa em rede postas em campo. Com focagens particulares, produziram e desenvolveram, cada uma delas, estruturas teóricas próprias dos contextos das quais emergiam. Segundo as suas próprias perspectivas planearam e implementaram formas de aprendizagem com as TIC. Às ilações pedagógicas destas interacções entre os contextos, o TELMA, deu a designação de ILE (Interactive Learning Environments) (Bottino e Kynigos 2009, p. 209).

Reconhecendo as limitações deste método enveredaram por uma orientação que não se limitasse ao desenvolvimento de “um estudo partilhado através da descrição mútua, explanação, leitura, selecção (...) das nossas respetivas publicações” (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 219), mas procuraram que tivesse como pré-requisito essencial a “clarificação das suas culturas respetivas, estruturas teóricas e perspetivas” (Bottino e Kynigos, 2009, p. 209). Dessa forma estariam mais aptas a encontrar abordagens comuns conducentes a uma aproximação integrativa capaz de contribuir para a realização de “leituras rápidas das diversas aproximações adotadas por cada equipa” no sentido de convergirem para similaridades tornando assim mais claras as diferenças que persistissem (Bottino e Kynigos, 2009, p. 209).

Impunha-se, para isso, antes de tudo dar centralidade às aulas práticas fazendo convergir as análises para 3 tópicos inter-relacionados e de suma importância para o desenvolvimento do conhecimento mútuo e das suas bases de comparação: “As estruturas teóricas dentro das quais cada uma das equipas perspetivava as pesquisas para o ensino da matemática com tecnologias; a função atribuída às representações fornecidas pelas ferramentas tecnológicas; e as características dos diferentes contextos, dentro dos quais cada equipa projetou e desenvolveu as ferramentas e teorias dirigidas às escolas e realizou projetos inovadores através de práticas reais nas salas de aula (Bottino e Kynigos, 2009).

A acção das equipas, fundada em experiências conjuntas obrigava-as a seguir e a implementar planos de procedimentos concretos, com detalhes operacionais, negociados de uma forma clara. Procurava-se, assim, alcançar graus de entendimento mais precisos e níveis de comunicação mais profundos com vista à formação de uma linguagem única acerca das semelhanças e diferenças entre as equipas (Bottino et al., 2009; Artigue et al., 2007).

Atenuavam-se, deste modo, as barreiras para que as referências teóricas fossem explicitamente mencionadas mas persistia a dificuldade de serem corretamente inferidas no tocante aos seus conteúdos escritos e “ao papel exato que estas tinham desempenhado para se chegar a um ponto de vista operacional na planificação e gestão dos projetos de investigação e nos consequentes resultados” (Bottino e Kynigos, 2009, p. 209). O mesmo problema também se colocava relativamente às “diferenças de características dos contextos por dificultarem a compreensão de como e até que ponto a experiência e o conhecimento adquirido por uma equipa poderia ser útil às outras e sob que base de colaboração poderia ser tratada” (Bottino e Kynigos, 2009, p. 209).

TABELA 2.1 - As ferramentas desenvolvidas e aplicadas por algumas equipas do TELMA na experimentação cruzada

| Interactive learning environment (ILE) | Team having developed it | Teams having experimented it |
|---|---------------------------------|---|
| Aplusix | LIG (France) | CNR-ITD (Italy) UNISI (Italy) |
| E-Slate | ETL-NKUA (Greece) | UNILON (UK) |
| ARI-LAB 2 | CNR-ITD (Italy) | LIG (France) DIDIREM (France) ETL-NKUA (Greece) |

2.3.2.2 Atividades entre as Equipas

A fragmentação é, como se tem vindo a depreender, uma resultante dos contextos, e sendo estes mesmos contextos outras tantas resultantes das suas conjunturas socio-culturais, há que ter em conta todas as complexidades afins e particulares que nelas se encerram. Daí que a construção da experimentação cruzada posta em prática entre as equipas do TELMA se estruturasse de uma forma progressiva, assente numa perspetiva funcional. Criam-se assim as noções de *funcionalidade didática* e de *assunto chave*.

2.3.2.2.1 Funcionalidade Didática e Assunto - Chave

A primeira destas noções, a funcionalidade didática, tornou possível a realização da primeira análise e comparação entre as diversas perspetivas desenvolvidas pelas equipas do TELMA ainda durante a sua primeira fase (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 218). No entanto, para que esse passo fosse dado desenvolveu-se a noção de assunto chave como ferramenta capaz de conduzir ao conhecimento de *sensibilidades comuns* entre as equipas:

- Todas elas mostravam-se sensíveis às dimensões sociais e culturais dos processos de aprendizagem, mas circunscritas às suas escolhas teóricas particulares, de conformidade com as construções elaboradas nos domínios da educação matemática de acordo com os relatos já feitos por Brousseau (1997), Chevallard (1992, 2002), Engestrom (1991) e Halliday (1978) através da teoria das situações didáticas, das construções gerais oriundas das atividades teóricas ou das semióticas sociais, respetivamente.
- As sensibilidades afins entre as equipas estendiam-se ainda à forma como se realizava o ensino da matemática com as TIC, reconhecendo a importância dos ILE pelas vantagens que conferem ao processo didático cognitivo.

Também neste capítulo, “muitas aproximações foram postas em prática segundo a ideia da mediação semiótica (Bussi e Mariotti, 2008), da transposição do conhecimento por computador (Balacheff, 1994) ou da génese instrumental (Rabardel, 1995; Verillon e Rabardel, 1995; Guin e al., 2004)” (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 219).

As equipas do TELMA apoiavam-se na ideia de que as teorias induzem a práticas que visam a satisfação de necessidades específicas. De acordo com ela, desenvolveram uma estratégia com o fim de fortalecer as afinidades acima referidas através de abordagens que diluíssem as coerências particulares em perspetivas mais amplas.

Assim, porque o sucesso das pesquisas em curso dependeriam de uma comunicação coerente e clara entre elas também a ideia de que a exigência de “uma linguagem adequada, não depende de uma estrutura teórica particular” (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 220), tornava-se indispensável.

A teoria da funcionalidade didática resultou daquela necessidade. Por meio dela procurava-se a construção de uma panorâmica comum que, alheia a estruturas teóricas específicas, orientasse a diversidade de abordagens provenientes de estruturas teóricas específicas para a utilização dos ILE em educação matemática. O objetivo era estabelecerem-se relações entre as reflexões teóricas com as que resultassem da utilização dos ILE em educação matemática, em dados contextos (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009).

Ainda segundo os citados investigadores podemos designar por funcionalidade didática “ as propriedades ou características de uma dada TIC e/ou as suas modalidades de emprego que podem favorecer ou melhorar o processo de ensino/ aprendizagem de acordo com um objetivo educacional específico”, para que, através do instrumento metodológico do assunto, cada uma das componentes da funcionalidade didática pudesse ser associada a um conjunto de significados chave que se exprima de uma forma mais ou menos neutra (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 220).

Esta ressalva final e outras constantes neste item deixam claro que, certas estruturas teóricas comportam diferenças radicais que não consentem a adopção de uma linguagem inteiramente unificada.

As teorias expressas no item anterior abriram caminho ao desenvolvimento e ao contínuo aperfeiçoamento de uma linguagem comum em contextos alargados. A este passo fundamental dado na primeira fase das investigações do TELMA seguir-se-iam necessariamente outros com vista ao aperfeiçoamento do seu plano estrutural.

Para o efeito, impunha-se, considerar o valor das representações relativamente à leitura e compreensão das comunicações; ao estabelecimento de comparações entre as representações

estáticas assentes no papel e lápis e os recursos dinâmicos oferecidos pelas tecnologias digitais; e por último à natureza dessas mesmas representações.

Ponderados estes aspetos e salientando que os meios digitais conferem “novas formas de apresentação e mais vias para apresentar a matemática aos estudantes” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 241) os investigadores sublinham a importância que a manipulação dinâmica; a disponibilidade de representações múltiplas; o controle dos objetos computacionais podem ter para os seus objetivos.

Rejeitando a visão de uma terminologia unificada das representações (representações internas e externas) as equipas optam pelo uso da noção da representação matemática “externa de forma compatível e no conceito de que representação é ”qualquer coisa que permanece como algo mais que os pontos de vista de alguém” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 242).

Por este “algo mais que permanece” em todo o “alguém” fica expressa a preocupação das equipas relativamente aos contextos e à procura de elos de união subjacentes às diversidades em que se constroem as molduras teóricas. “Um objeto matemático existe como produto cultural, cujas propriedades sejam consensuais junto de algumas comunidades de matemáticos” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 242). Mas para que essas propriedades sejam consensuais na comunidade cultural e nalgumas do mundo matemático coloca-se a exigência de uma definição. Definição que se processa pela interiorização e reprodução de aquisições de várias espécies e formas de comunicação que se transmitem desde o papel e lápis aos meios computacionais, referem ainda os citados investigadores. E é desta forma que se inscrevem como redes de representações “com regras de combinação e transformação, que se convertem em diversos sistemas de representação (ex: a notação algébrica, numéricas, os gráficos cartesianos) ” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009).

A contextualização das perspetivas dos objetos matemáticos com as representações que assumem depende como acabamos de ver do seu relacionamento com o sujeito que os interpreta. Depende, pois, desta dinâmica em que fatores semióticos e epistemológicos se conjugam e se padronizam.

2.3.2.2.2. *Noção de Representação e de Distância: Tipos e Subtipos De Distância*

Caraterizada a noção de representação perfilhada pelas equipas TELMA e o entendimento de como se vai inscrevendo nos padrões culturais, passa-se agora, à noção de “distância”.

Este termo, aplicado às tecnologias digitais coloca, à partida, dois conjuntos de questões: “um respeitante às formas pelas quais os objetos matemáticos e relações são representados por ferramentas tecnológicas” e outro respeitante à representação das atividades de ensino e aprendizagem no projeto e uso de ferramentas tecnológicas” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 243)”.

As diferenças resultantes da comparação entre as inúmeras representações que as ferramentas tecnológicas configuram “ e a maneira como são usadas na experimentação conduzem à noção de distância ” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 243).

Através desta noção torna-se possível evidenciar o que distingue as novas representações oferecidas pelas tecnologias digitais das que normalmente se apresentam nos processos tradicionais de ensino/aprendizagem.

À questão de “qual é a “distância” entre os objetos e os meios de manipulação proporcionados pela ferramenta e os que são usados em trabalhos baseados em papel e lápis, no âmbito do domínio dos objetivos” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 243), colocada no início da experimentação cruzada revela a centralidade que a noção de “distância” ocupa no projeto TELMA. E assim é, porque a partir da sua determinação, torna-se possível ajuizar se a multiplicidade de representações que as TIC oferecem, encerram diferenças capazes de representar acréscimos ao ensino tradicional no sentido de se traduzirem complementaridades.

● Distância Epistemológica e Distância Social

Pelo que já foi dito relativamente à noção de distância, verifica-se que esta comporta diversos aspetos entre os quais, no estudo do TELMA, se salientam duas: a epistemológica e a social.

– Na *distância epistemológica* tomam-se em consideração “os recursos epistemológicos relacionados com a representação dos objectos matemáticos” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009). Assim, quando se pretende utilizar os meios digitais como recurso à ampliação do conhecimento, o pressuposto a ter em conta é que disponibilizem vias diferentes das que se inscrevem nos domínios do papel e do lápis. A exigência que disso resulta vai, portanto, no sentido de que

operem de forma a não apoiarem “o conhecimento matemático reconhecível”, na medida em que, por essa via a resultante do uso de meios digitais não se distanciaria dos que nos conferem os que se enquadram nos padrões tradicionalmente adotados (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009). Daí que o projeto TELMA dê relevância aos seus aspetos dinâmicos.

As *representações dinâmicas* podendo ser manipuladas pelos próprios estudantes ou simplesmente observadas criam outro tipo de distâncias relativamente às tradicionais. Sob o “ponto de vista semiótico, as representações dinâmicas exploram a metáfora do movimento para apresentar a variação e dependência entre as variações” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 248).

Por conseguinte, as suas implicações didáticas além de valiosas como “formas de conceptualização particulares” não só de figuras geométricas mas também da noção de função ” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, referindo Falcade, 2007, p. 248), potencializa também o raciocínio “especialmente na construção e verificação das conjecturas (Arzarello, 2003; Hölzel, 1996, p. 249).

Outra característica importante tem a ver com as “*representações múltiplas e as relações entre elas*”, o que conforme o próprio termo indica consiste no elevado número de representações que as novas tecnologias disponibilizam e a facilidade que têm a associa-las às representações dos objetos matemáticos. Esta facilidade tecnológica tem-se mostrado uma mais valia no caso das funções por permitirem conexões e trocas de diferentes tipos de representações (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009). Salientam-se ainda os benefícios que MERS (Multiple External Representation) podem trazer ao ensino, mas advertem sobre os riscos que uma utilização incorreta comporta.

Mantém-se, porém, a percepção de que “é um desafio para o projeto pedagógico apoiar o uso de tais sistemas de representação” (Hinsworth, 1997, segundo Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 277).

Não são, no entanto, as representações múltiplas o que deve ter maior destaque nos meios digitais para o ensino/aprendizagem da matemática. O que as distingue e pode conferir-lhes uma importância decisiva é a sua faculdade de permitirem “novas maneiras de formar e transformar relações entre as representações”. Pois criando “novas redes de relações” constroem “novas representações” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 277).

O ambiente computacional determina até que ponto as representações dos objetos matemáticos são capazes de influenciar “as percepções da matemática que os alunos podem produzir ou aprender usando um tal ambiente”.

- Na *distância Social* toma-se em consideração a interação do ambiente computacional com o meio escolar uma vez que a sala de aula reflete numa escala reduzida todo o contexto em que se insere.

Este tipo de representação divide-se em 3 subtipos interdependentes *a distância curricular, a distância pedagógica e a distância didática*. Adiante ilustram-se alguns exemplos da experimentação cruzada ilustrando distâncias.

– Distância Curricular

A distância curricular está relacionada com os objetos curriculares. A produção deste subtipo de distância induz à variação dos significados e de outras desconexões a nível do professor, do aluno e do sistema de ensino em relação ao currículo central.

– Distância Pedagógica

O termo discurso pedagógico encerra a noção de conjunto de identidades e relações definindo-se como “uma forma particular de pedagogia” num dado ambiente educacional. Nela incorporam-se não apenas o ambiente computacional mas também os elementos atuantes das salas de aula e todas as componentes regulamentares que influem no tipo de discurso pedagógico. Estas são algumas das razões porque “o discurso pedagógico fornecido pelo ambiente computacional não determina a forma que ele realmente toma na sala de aula” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p.250), sendo então sobre as diferenças existentes entre estes dois contextos que se traduz a noção de distância pedagógica.

– Distância Didática

A distância didática, por sua vez, resulta das diferenças que existem entre os tipos de *feed-back* fornecidos pelo ambiente computacional e o ambiente de uma sala de aula tradicional.

O *feed-back*, genericamente, pode ser visto como uma representação de interação didática entre um professor que segue os passos de trabalho do aluno induzindo-o, a construir, ele próprio a solução. Conforme as expectativas educacionais em vista, existem também diversos tipos de *feed-back* vocacionados para diferentes abordagens pedagógicas. Isto leva a afirmar que a sua utilização “em ambientes diferentes oferecem recursos diferentes” o que representa a

possibilidade de poderem “ser explorados através de cenários diferentes” (Morgan, Mariotti, Maffei, 2009, p. 251.).

Deve-se portanto considerar o papel didático do *feed-back* de maneiras diferentes: natureza e a quantidade de um *feed-back* fornecido por um ambiente computacional podem ser comparadas atendendo a recursos didáticos específicos consistentes com abordagens pedagógicas específicas. De facto, o uso de um tipo específico de *feed-back* oferecido por um *software* pode ser a consequência de uma abordagem pedagógica específica. Por exemplo as equipas DIDIREM e Grenoble, usando a teoria das situações didáticas, enfatizam a importância do *feed-back* nos processos didáticos, incorporando formas específicas de avaliação das ações dos estudantes nos projetos dos cenários de aprendizagem. As diferenças entre os tipos de *feed-back* fornecidos por dois ambientes (exemplo: um ambiente computacional e um ambiente tradicional de papel e lápis baseado na sala de aula) originará então uma distância didática.

Seguem-se alguns exemplos de tipos de distância:

Em suma, das ferramentas desenvolvidas pela equipa do TELMA (tabela 2.1), a noção de distância sublinha relações diferentes e parcialmente contrastadas entre o Aplusix (descrito em anexo 1) e os ambientes de papel e lápis. Por um lado a similaridade da aparência geral dos seus espaços de trabalho determina uma curta distância curricular; por outro lado, a presença do sistema particular de *feed-back* determina uma grande distância tanto epistemológica como pedagógica entre o ambiente Aplusix e o ambiente de papel e lápis.

O uso do Aplusix pode ser considerado como não ‘perturbando’ a prática escolar uma vez que as tarefas e a maneira como são propostas são similares às dadas em papel e lápis. Contudo o modo de atuar nos dois meios é substancialmente diferente. Podemos dizer, referindo-nos aos tipos de distância apresentados, que a distância curricular entre Aplusix e papel e lápis é pequena, enquanto a distância epistemológica é grande por causa da suas diferentes cargas a suportar no que respeita ao significado de equivalência algébrica.

O complexo sistema de sinais de *feed-back* proporcionado pelo Aplusix constitui um elemento de distância pedagógica em relação ao ambiente de papel e lápis.

Em particular é interessante notar como o estudante compara o *feed-back* proporcionado pelo Aplusix (“quando vejo as linhas vermelhas”) com o feedback do professor para os erros cometidos no ambiente de papel e lápis. Isto explica o que chamamos de distância pedagógica entre os dois ambientes.

Referem ainda exemplos de distância epistemológica entre os ambientes: ao considerar a distância entre representações (sejam tradicionais ou computacionais), a diferença entre as contribuições para o significado constitui uma distância epistemológica.

Outro ponto de distância entre ARI-LAB2 (descrito no anexo 1), e os currículos franceses e gregos, é a representação da fração com um número qualquer colocado na reta numérica.

No ensino básico de ambos os países as frações são em geral apresentadas no contexto de partir a unidade, portanto mais como relação parte-todo, do que como novos números. Durante a experiência, a equipa de Grenoble notou que, por vezes, o professor precisava de mudar do ARI-LAB2 para um contexto familiar aos estudantes (exemplo, partir pizzas) de forma a ajudar os estudantes a vencer as suas dificuldades. A equipa ETL também identificou uma distância entre os objetos matemáticos representados constituindo a representação de frações no micromundo e o esquema parte-todo que geralmente é encontrado no currículo primário tradicional. Enquanto a representação de números na reta numérica de frações com o numerador igual a 1 coincide com a representação parte-todo destas frações (exemplo: a fração $\frac{1}{3}$ indica também a respetiva relação parte-todo, 1 parte de 3 em que a unidade 1 é dividida) isto já não acontece com outro tipo de frações representados no ARI-LAB2.

O micromundo Fractions do ARI-LAB2, usado na experimentação cruzada por equipas da França e Grécia, fornece um exemplo de distância ao currículo de tipo epistemológico ao usar uma representação de frações baseada no teorema de Thales, uma peça de conteúdo matemático, que os alunos não costumam encontrar quando aprendem frações.

Ao contrário da representação numérica que foca a atenção só num par de inteiros, a representação usando os carris de comprimento variável concentra-se num dado rácio ou numa ‘família’ potencialmente infinita de frações equivalentes. Enquanto no contexto das representações numéricas podemos representar a combinação de expressões de acordo com regras familiares (exemplo adição, multiplicação), tal combinação não é suportada usando cursores e carris. Então há uma considerável distância epistemológica entre estes dois tipos de representações.

2.3.2.2.3 O Papel do Contexto e Objetos de Fronteira

Segundo Kynigos e Psycharis (2009) que serão referência subjacente aos desenvolvimentos desta secção, o TELMA, ao debruçar-se sobre o papel do contexto na cognição, fê-lo sob uma perspectiva pragmática.

Teve, por conseguinte, que começar por dimensioná-lo a vários níveis para identificar as suas componentes essenciais e sobre elas centrar depois a sua acção. Daí a necessidade de recorrer, se bem que de uma forma sumária, às noções existentes desde a década de 70 mais consentâneas com os seus objetivos.

Começando pelas noções *localizadas de contexto* como, por exemplo, o “contextos de tarefa” e o “contextos de situação” que configuram particularismos (por vezes circunstanciais) mas que resultam sempre de cenários específicos, acaba-se por chegar à noção de *contextualização*.

Se o contexto localizado se apresenta como o espelho de uma situação concreta, “pode também ser caracterizado como um quadro conceptual para o raciocínio matemático” (Kynigos e Psycharis, 2009, p. 269)”, a contextualização, por sua vez, consiste numa “elaboração de contextos” particulares, “como um elemento central para compreender o contexto em termos de características dinâmicas das atividades a serem realizadas pelos participantes num cenário” (Kynigos e Psycharis, 2009, p. 269)”. Passando agora para ambientes de salas de aula, pontos sobre os quais a investigação incide, constata-se que a relação de contexto traduzido “pelas acções de participantes numa comunidade de alunos não pode ser articulada por uma estrutura pré-definida mas emerge de um processo dinâmico de estruturação discursiva” (Kynigos e Psycharis, 2009, p. 269)”. Resulta continuamente de acções de construção de significados negociados que se irão refletindo nas abordagens subsequentes de análise e planificação. Este reestruturar contínuo, coincide com o que Cobb e Yackel (1996) designaram por “perspetivas emergentes” quando pretenderam evidenciar até que ponto as normas sociais das salas de aula influenciaram as perspetivas dos professores no que toca ao seu sucesso relativamente ao processo de ensino e aprendizagem da matemática por *software* educativo. Salientada a complexidade do contexto da sala de aula, da sua dinâmica discursiva e sócio-sistémica alargada ao meio social em que se inscreve, reforça-se também a ideia de que o estudo de dados recolhidos a partir do ensino da matemática com computadores nesse ambiente de aula deve ser analisado “através de uma perspetiva “ênica”, dialógica e social (Kynigos e Theodossopoulou, 2001) referidos por Kynigos e Psycharis (2009, p. 269)”, onde as determinantes sociais se juntam as que emergem do diálogo e da compreensão das representações digitais.

● Objetos De Fronteira

Era pois indispensável um estudo pragmático acerca do âmbito e das complexidades que o contexto comporta para se avançar no processo de aperfeiçoamento de uma linguagem comum aos diversos contextos em que as equipas TELMA atuam. Mas, para isso, tornava-se indispensável saber até que ponto a perturbação muitas vezes causada pelas tecnologias digitais no contexto do ensino tradicional podia traduzir-se em potenciais acréscimos a aprendizagem da matemática. Por outro lado, diversas comunidades, como, por exemplo, a dos fomentadores de *média digital* e *designer* educativos tornaram-se sensíveis a este problema ao reconhecerem a falta de comunicação nos *software* que construíam especificamente para a aprendizagem daquela disciplina.

Esta convergência de empenhos das comunidades com vista à transposição das fronteiras limitantes dos contextos aliada ao objetivo do projeto TELMA, esteve na base da noção de “objeto de fronteira” criado por Star e Griesemen (1989) para indicar artifícios sobre os quais comunidades diferentes se ocupam a debater, argumentar e negociar a partir de percepções originalmente distintas acerca de tais artifícios” (Kynigos e Psycharis, 2009, p.273).

No processo de construção do artifício os passos da argumentação e construção incidiram sobre as funcionalidades dos artifícios no tocante à criação e manutenção de objetos; propriedades e relações matemáticas; às representações usadas, realçando-se as formas como estas representações poderão vir a ser usadas pelos alunos neste novo tipo de atividade matemática. Mas muitos outros aspetos são também abordados, salientando-se entre eles, os que se ligam às comunidades, ao grau de objetividade prática do plano e tempo atribuído às suas atividades.

O objectivo, portanto, é trabalhar no sentido de que o termo comunicar se equacione ao termo compreender: e qualquer comunicação claramente compreendida deve moldar-se às exigências de uma linguagem suficientemente clara pressupondo-se, neste caso específico, o emprego de signos comportando correspondências aceites e familiares às comunidades destinatárias.

Para que tal aconteça e se enquadre em termos práticos no *design* popular, as equipas TELMA alargam-se aceitando o contributo das comunidades para, em conjunto, construírem ou introduzirem alterações ao artefato que desenvolvem. E não só: mostram-se também abertas à aceitação de artefatos, planeados de uma forma detalhada para se discutir como foram criados. Assim, caso no decurso do processo de criação se evidenciem questões implícitas ao plano, o artefacto passa a ter “um status de objeto improvável” (Scardamalia e Bereiter, 2003, p. 273) referidos por Kynigos e Psycharis. Este fator, podendo conduzir à clareza que se procurava entre

as comunidades, converte-se no centro da atividade e funciona como potencial ferramenta de comunicação capaz de moldar a linguagem comum que se procura (Kynigos e Psycharis, 2009). Estes mesmos investigadores referem-se ainda a Cobb e al. que dão uma maior amplitude à noção de “objeto de fronteira” ao considerá-lo capaz de estar relacionado com “objetos específicos” comuns a comunidades diferentes. Assim não só constituem meios transparentes de comunicação entre indivíduos que se inserem na comunidade da qual emergem como de outras com as quais se relacionam.

Pode-se, por isso dizer, refletindo sobre o estatuto deste ponto no contexto, que os objetos de fronteira são ferramentas metodológicas que funcionam como artifícios mutuamente planeados, construídos e argumentados, e que o seu estatuto resulta, por conseguinte, do papel que desempenha na problemática dos contextos como veículo capaz de conduzir a fragmentação teórica a um elevado nível de integração.

2.4 A Importância dos Resultados Alcançados

Dado que o objetivo do TELMA é promover, no futuro, o ensino da matemática com base em ambientes interativos de aprendizagem, o *software* educativo evidencia-se como um ponto de convergência. As noções de significados chave e de funcionalidades didáticas, de representação e de distância, e ainda as de contexto e de objeto de fronteira à luz do projeto TELMA teorizam métodos que passam depois a ser ferramentas de estruturação prática potencializando as funcionalidades dos *software*, de modo a tornar a experimentação cruzada ainda mais eficiente.

Assim, para obter uma visão mais clara sobre o ponto da situação relativamente aos recursos e funcionalidades destes sistemas e uma perspetiva coerente e bem delineada dos seus próprios projetos de pesquisa, o TELMA criou uma metodologia específica “na forma de uma grelha (...) para enquadrar a análise por inspeção de alguns aspetos destes sistemas” (Trgalova, Bouhineau e Nicaud, 2009, p. 319 e 320). Nesse sentido, a análise incidiu sobre os 10 ILE (três dos quais desenvolvidos pelo TELMA) considerados como os mais representativos tendo em conta o nível de conhecimentos e desenvolvimentos até então alcançado. Acresce-se ainda que a avaliação comparativa dos ILE através da análise e classificação de ferramentas não constitui um dado novo, embora seja de se ter em conta que tais avaliações se verificam com mais frequência a nível individual e quando aplicados somente a um ILE. Esta circunstância, que não deixa de ser

positiva, pode ser uma das principais causas da escassez de avaliações comparativas existentes na medida em que, sendo na maior parte das vezes “personalizados, incidem sobre recursos específicos dos ILS ” (Trgalova, Bouhineau e Nicaud, 2009, p. 320) e, deste modo, influem no sentido de que, entre a avaliação e a concepção de um ILE se interpõe apenas uma estreita separação. Estas razões se por um lado conferem, às avaliações uma maior objetividade, por outro lado restringem o seu âmbito de aplicação, reduzindo-o a perspectivas de ordem prática ou meramente individuais. Por tudo isto, só “raramente podem ser comparadas (Trgalova, Bouhineau e Nicaud, 2009, p. 320)” visto não permitirem a obtenção “de uma nova imagem global” (Trgalova, Bouhineau e Nicaud, 2009).

O estudo TELMA, pelo contrário, orientado no sentido de integrar “micromundos” de ensino emergentes de diversos contextos, conduz, em primeiro lugar, à comparação de vários ILE, por meio de radares, o que “permite comparar os ILE, em relação a determinados recursos” e, em segundo lugar, “permite a classificação das ILE em zonas determinadas pelos seus recursos disponíveis ”(Trgalova, Bouhineau e Nicaud, 2009, p. 320)

Em face disto, torna-se pertinente afirmar que a ação das equipas TELMA têm estado a dar um contributo válido para uma maior compreensão e domínio dos ILE para a aprendizagem da aritmética e álgebra. Graças à importância dos resultados encontrados pelas equipas, tanto investigadores como professores e alunos sem contar com eventuais utilizadores, podem, a partir de agora, dispor de recursos que se irão validando em função das necessidades ou dos objetivos nas áreas das suas atividades.

2.4.1 Funcionalidades Didáticas e Assunto Chave

Depois de referida a forma como evolui - e continua a evoluir - a utilização de *software* educativo e de apontados os resultados de que se têm feito acompanhar, a referência que se faça agora da utilização desses mesmos resultados equivaleria à repetição de grande parte daquilo que já foi dito.

Tais resultados, porque se integram na própria metodologia da experimentação cruzada constituem elementos que vão dando forma ao seu processo de aperfeiçoamento. Explicitam, por conseguinte, noções conducentes a pesquisas de plano mais objetivas e estratégias metodológicas a serem incorporadas na dinâmica dos *software*, uma vez que o objetivo principal do TELMA foi sempre o de ultrapassar os limites impostos pela fragmentação teórica resultantes das

complexidades contextuais. Nessa linha de orientação logra chegar às noções de funcionalidade didática e de assunto chave que, utilizados como mais valias à experimentação cruzada, conferem-lhe novas possibilidades de natureza metodológica e conceptual.

No tocante à dimensão metodológica, permite de uma forma mais eficiente experimentar um ILE desenvolvido noutra cultura educacional através das suas usuais diretrizes em que os participantes articulam escolhas, fazem trocas e discussões, entrevistas e reflexões.

Por esta via, mas utilizando estes recursos, o que permanece muitas vezes implícito na literatura e nas práticas de investigação, foi tornando explícito” (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009).

O que acaba de ser dito evidencia também que, relativamente às equipas, as noções de funcionalidade didática e de assunto chave funcionaram sob uma perspetiva operacional, determinando avanços metodológicos e conceptuais. Assim, permitiu-lhes não só compreender e exprimir melhor o papel das estruturas teóricas nas quais elas mesmas se enquadravam pela abrangência dos ILE mas, ao mesmo tempo, entender de uma forma proveitosa que as diferenças podem funcionar como complementaridades e não sempre como oposições intransponíveis.

Os resultados obtidos através da experimentação cruzada têm-se também revelado esclarecedores e de muita utilidade no que toca ao sentido da sua própria evolução. Além de conduzirem ao entendimento de que os enquadramentos teóricos influenciam a maneira como os investigadores pensam o uso educacional da tecnologia também “influenciam a análise da ferramenta, a identificação dos objetivos educacionais e a elaboração das modalidades de uso ” (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 238). Permitem assim fazer com que as acções de pesquisa sejam seletivamente orientadas na mira daquilo que se pretende, utilizando caminhos já muito menos desconhecidos.

“Os resultados obtidos reforçam a nossa convicção de que a integração não pode significar a construção de uma teoria unificada englobando as diferentes teorias usadas em culturas diferentes (Artigue, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009, p. 238)”. Esta afirmação revela que a integração pretendida pelo TELMA difere das que visam uma unificação pela similaridade total de valores e procedimentos entre comunidades diferentes. Para alcançar os seus objetivos no campo da aprendizagem da matemática em rede, procura apenas descobrir conexões, elos de ligações que sejam fulcrais à compreensão das leituras que sobre essa matéria se façam entre os diversos espaços em que se estende ou se pretende a sua acção.

Cada uma das molduras teóricas envolvidas subordinam-se a um quase sem número de lógicas que podem retirar coerência aos projetos que procurem, em simultâneo, incorporar diversas molduras teóricas diferentes.

Portanto, só pelas ferramentas fornecidas por cada uma das experimentações cruzadas apoiando de uma forma acrescentada às análises que no decurso das pesquisas (experimentação cruzada) se irão fazendo pode ser um apoio efetivo em direcção à conexão teórica que se pretende (Artige, Cerulli, Haspekian e Maracci, 2009).

2.4.2 Representações e Distâncias

A convicção de que as diferenças entre as representações dinâmicas oferecidas pelos diversos *software* e as que resultam das usadas no ensino tradicional da sala de aula podem influenciar o ensino e a aprendizagem da matemática, conferiu centralidade ao estudo das distâncias na metodologia da experimentação cruzada. Mas, tanto a noção que se tem dela (no sentido de elemento de pesquisa) como a dos tipos e subtipos nos quais se compreende só puderam ser identificados em resultado da prática desta metodologia. As variedades de distâncias e de representações, que se crê serem em maior número que as identificadas até ao momento, variam consoante os DDA (Digital Dynamical Artefacts) utilizados e os contextos escolares tradicionais sobre os quais incidem.

Assim, as duas componentes acabadas de referir (noção de distância associada aos DDA e aos diversos contextos), “fornecem direcções claras para que, cada um dos artefatos, se oriente na complexidade da comparação” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 260), sendo por tal razão que a noção de distância tem sido utilizada para descrever as potencialidades dos DDA em relação aos objetivos de ensino e aprendizagem. Conduzem à identificação de procedimentos que podem facultar a introdução de novas formas de representação capazes de ampliar, afastar-se ou ligar-se a princípios matemáticos assentes em representações tradicionais. Paralelamente, as variações nos usos e efeitos do E-Slate, podem conduzir à percepção de que “a realização das promessas epistemológicas” – por nós entendida como o esperado potencial semântico – “das novas representações não é independente do das formas locais da sala de aula” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, p. 260). Deve-se também ter em conta que, as representações oferecidas pelo *software* embora muitas vezes próximas das usadas tradicionalmente nem sempre configuram, na realidade, semelhanças: o Aplusix mostra-nos que dependendo da proximidade ou não que se tenha em relação ao currículo pode exprimir diferenças significativas de carácter epistemológico. As dimensões sociais de distância permitem também compreender por que razões um DDA com novas representações que parecem disponibilizar significativos meios à aprendizagem de

matemática, como por exemplo o Ari-Lab 2, falham em muitos aspetos quando aplicados em contextos que obedecem a currículos e princípios pedagógicos diferentes.

2.4.3 Objetos de Fronteira

Reconhecendo-se que as complexidades contextuais representam factores limitantes ao impacto que se esperava da utilização das ferramentas digitais nas práticas interativas de aprendizagem entre meios computacionais e os de salas de aula, as equipas TELMA desenvolveram uma metodologia capaz de operacionalizar “uma comunicação mais profunda entre equipas diversas. Os objetos de fronteira mostram-se assim como uma ferramenta analítica que pretende focar e descrever questões contextuais não identificadas pela comunidade educativa da matemática e ao mesmo tempo proceder “ a inclusão compreensiva destas questões na análise como parte integral do paradigma de pesquisa” (Morgan, Mariotti e Maffei, 2009, pág. 295).

A utilização dos objetos de fronteira na análise da experimentação cruzada possibilitou a abordagem de todos os pontos que interessam à comunicação interativa entre ambientes computacionais e os tradicionais de sala de aula mas com evidentes diferenças quanto a graus e conteúdos (Kynigos e Psycharis, 2009).

A utilização desta ferramenta legitimou, portanto, como justo e apropriado que as equipas ao explicitarem as suas pesquisas, exprimissem as suas preocupações, perspetivas e especificidades dos contextos estudados. Seriam formas de torná-las compreensíveis às demais equipas. A importância desta explicitação concorrendo para que ampliem a compreensão mútua entre elas, tornou mais visíveis muitas das razões e procedimentos que, por ventura, poderiam ter permanecido obscuros entre o conjunto. Tais clarificações, ampliando o quadro das conexões já conhecidas entre as culturas das diversas equipas, permitem o “aperfeiçoamento das ferramentas metodológicas para análises contextuais mais perspicazes e também mais propensas à captura de fatores de ordem sócio-sistémica respeitantes à administração, ao quotidiano dos professores, aos métodos, aos programas, etc. (Kynigos e Psycharis, 2009)

Estas vantagens, decorrentes da utilização dos recursos oferecidos pelos objetos de fronteira, por imprimirem uma maior operacionalidade à experimentação cruzada, tornam determinantes e concorrem para que a abordagem das questões contextuais sob o ponto de vista pragmático ganhem legitimidade social em investigações de participação conjunta.

Assim, através da análise, pode confirmar-se que esta forma de conduzir a pesquisa, por possibilitar a revelação de aspetos implícitos do contexto, transportam, eventualmente,

significados importantes à elaboração do conhecimento que se pretende. Como primeiro exemplo, vão-se considerar duas equipas que trabalham com o Aplusix, sendo ambas portadoras de quadros teóricos compatíveis e fazendo experimentações dentro do mesmo contexto cultural: as tarefas desenvolvidas acabaram por se mostrar muito diferentes umas das outras. O segundo exemplo revela de que forma as diferentes percepções de restrição de tempo das equipas CNR-ITD e NKUA-ETL resultaram “ num envolvimento contornado relativamente às organizações escolares”. O terceiro exemplo mostra, por sua vez, de que forma as abordagens das equipas IOE e CNR-ITD influenciaram à participação dos professores no estudo e, inadvertidamente o meio social da sala de aula e as análises daí resultantes (Kynigos e Psycharis, 2009, p. 296).

Para ilustrar o primeiro dos casos apontados, faz-se referência as equipas italianas UNISI e CNR-ITD. Utilizam o Aplusix e os seus quadros teóricos são compatíveis.

Pela análise posterior feita ao ILE, unificou-se que as referidas equipas desenvolveram objetivos diferentes para as suas experiências.

Em resultado disso, deram início a duas experiências de ensino contrastantes. Embora consistentes no tocante aos quadros teóricos divergem quanto à construção da ferramenta e ao tipo de tarefas propostas.

A equipa UNISI, privilegiou as características da ferramenta: aspetos ligados à edição de tarefas e potencialidades que o *feed-back* oferece ao utilizador relativamente à escolha de modo “com controlo” ou “sem controlo”. Parecem secundarizar a sua consistência com os quadros teóricos e os objetivos educativos. Optam, portanto, pelo *feed-back* com controlo, de carácter fechado.

A equipa CNR-ITD, por sua vez, elaborou as suas experiências utilizando o *feed-back* sem controlo. Não privilegiou a produção de soluções corretas à partida, mas o desenvolvimento de recursos e estratégias do aluno, dando ênfase ao papel do professor e da sala de aula no seu todo, pela relevância posta na construção social do conhecimento.

A comparação feita leva, por isso, a crer que a influência dos quadros teóricos não parece determinante para a predefinição das tarefas educativas. O que parece possível é que tais escolhas se baseiem mais em hábitos e experiências usuais e opções preferenciais das equipas que com a subordinação a esta ou àquela teoria.

No segundo exemplo, as diferentes percepções das restrições de tempo das equipas, relativamente às tarefas a cumprir, originam alterações no modo como se envolvem com as organizações escolares.

No caso da equipa grega NKUA-ETL a limitação de um mês para implementar determinadas atividades no contexto de sala de aula modificou o seu habitual procedimento de pesquisa

intervencionista, por achar restrito o tempo que a turma teria para se inteirar das funcionalidades do ARI-LAB 2. Apesar de habituada a colaborar com escolas, diretores e professores, mesmo a nível universitário, a mudança de abordagem de pesquisa de sala de aula, resultante da restrição de tempo influenciou a atuação da NKUA-ETL no que toca à implementação e análise da experiência.

Diferente foi a postura da equipa francesa DIDEREM que só decidiu efetuar casos de estudo após a observação da natureza do meio social relativamente aos *microworld* do ARI-LAB 2 seleccionados para a experiência. A distância verificada entre os objetos matemáticos e as representações disponibilizadas pelo *software* relativamente às familiarizadas com os alunos e as escolas francesas do ensino primário constituem um, fator condicionante. Ter considerado o tempo disponível e bastante restrito, limitou os casos de estudo em salas de aula a cinco alunos escolhidos pelo professor entre os que revelassem menos dificuldades (Cerulli e al., 2007) mencionados por Kynigos e Psycharis (2009).

As intervenções das equipas em cenários escolares assumem relevância pelas conjunções de questões contextuais que geram. Tais questões não só influenciam a duração da experiência como o tempo necessário `exploração didática das representações específicas, criação de ferramentas metodológicas adequadas à percepção dos obstáculos que existem entre as tarefas propostas e os programas existentes. As perguntas podem, por isso, ser um fio condutor de orientação do pensamento acerca das compatibilidades contextuais: funcionando como objetos que permitem diálogos intercontextuais sem que as equipas tenham de adotar perspetivas comuns.

Finalmente, no terceiro exemplo explicita-se de que forma as questões contextuais determinaram diferentes processos de abordagem entre as equipas IDE e CNR-ITD e como essas mesmas abordagens se refletiam na colaboração dos professores no estudo influenciando o meio social da sala de aula e as análises consequentes.

A equipa IDE explicitou os aspetos particulares do plano de pesquisa mas, deliberadamente, omitiu a sua elaboração pedagógica. Pretendeu assim que os professores adoptassem livremente o *microworld* às suas preferências e planeassem os detalhes da sua acção pedagógica. Enveredando por uma abordagem social e semiótica, utilizou o software E-SLATE para pesquisar a forma de introduzir uma nova orientação que possibilitasse o desenvolvimento conceptual na área das fracções. Aos alunos competiria a prática exploratória da ferramenta.

Por sua vez a equipa CNR-ITD limitou-se apenas a deixar implícita a ideia de que aspetos semelhantes seriam abordados na fase de implementação, entre investigadores e professores consoante as decorrências da acção docente. Uma reflexão posterior conduziu o CNR-ITD a comunicar-se com a outra. Este passo, além de permitir a constatação das diferenças e

similaridades entre as duas abordagens, conferiu o entendimento que ao longo das experiências podem também surgir situações inesperadas. Uma tal leitura permite admitir a possibilidade de consistências e/ou que legitimem pesquisas sobre as suas causas.

Ambas as equipas colaboram com dois estudantes de mestrado em matemáticas educativas exercendo funções docentes em escolas diferentes.

Comparando as abordagens seguidas pelas duas equipas de investigação relativamente à forma de comunicação entre os investigadores e professores naquilo que tem a ver com os seus papéis, limitação de tempo das atividades, a prontidão de incorporar as ferramentas nas aulas verifica-se de que forma influenciaram não só a actuação dos professores mas também a comunidade da sala de aula.

Relativamente à equipa IOE, a investigação processou-se a dois níveis:

- Os professores investigaram as formas de utilização da ferramenta pelos alunos.
- A equipa IEO estudou o papel dos contextos educacionais e cultura de ambos os professores através da forma como utilizaram a ferramenta.

Seguem-se as conclusões tiradas sobre cada um deles:

O professor A embora alegasse fundamentou-se na abordagem de pesquisa da equipa, desenvolveu uma acção docente mais centrada no professor, mas apresentou exemplos capazes de induzir o aluno a fazer generalizações,

O professor B preocupou-se mais com construção ativa de significados pelos alunos a partir de suas interacções em suas ferramentas.

Assim, para além de outros aspetos que marcam as diferenças de cenários entre duas formas distintas de constituir o conhecimento, a análise evidencia que os procedimentos pedagógicos do professor A enquadra-se no modelo de ensino tradicional de cariz controlado, ao passo que o professor B se identifica como moderadamente liberal ou progressista.

Por sua vez a equipa CNT-ITD embora dando prioridade aos professores na construção social do conhecimento, enveredou por uma abordagem que os pôs à margem da elaboração da experiência. Isto fez com que um dos professores assumisse sempre uma postura passiva, contrastando com o outro que executou espontaneamente os conceitos institucionais sobre os quais se trabalhava. Isto ficou a dever-se à ausência de uma predefinição da planificação das atividades. Por outro lado, a diferença de atuações verificada entre os professores ficou a dever-se à inexperiência de um e à inexperiência do outro. Esta falha da equipa CNT-ITD na fase de planificação pedia uma comunicação mais clara com o professor nos procedimentos na sala de aula. As ferramentas metodológicas para análise do contexto funcionam assim como objetos de fronteira, por proporcionarem às equipas uma maior compreensão acerca das abordagens

utilizadas por cada uma. Compreensão que poderá representar uma fase inicial, um ponto de partida para entendimentos mais alargados e mais consistentes sobre abordagens de pesquisa em contextos sócio-sistémicos.

Em face da complexidade dos resultados obtidos através destas questões e ainda pelos seus reflexos no desenvolvimento de toda a pesquisa, uma investigação posterior sobre o contexto provou de que forma este condiciona “todo o ciclo de *design* e produção de ferramentas, pesquisa de plano e construção de teoria ” (Kynigos e Psycharis, 2009, p. 296). Espera-se que tais constatações se venham a revelar como contributos válidos para a compreensão e construção de molduras teóricas integráveis em todas as culturas (os mesmos no citado estudo)” pelo trabalho que se pretende desenvolver no sentido de tornar a noção de contexto ainda mais técnica e, por conseguinte mais operacional.

CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA

Nesta secção começa-se por descrever as características da metodologia seguida, a qualitativa, e posteriormente, baseados nela fez-se o estudo de pesquisa que partiu de uma questão inicial já enunciada na introdução: “*Face às noções desenvolvidas pela equipa TELMA, como avaliar a qualidade do software GSP no contexto ensino/aprendizagem da geometria na sala de aula?*” também com base no documento “*Actividades de Carácter Investigativo em Ambientes de Geometria Dinâmica*”.

3. 1 Caraterísticas gerais

Por conseguinte, esta metodologia comporta caraterísticas qualitativas que, conforme Bogdan e Biklen, explicitam que nem todos os estudos que encaramos como qualitativos as evidenciam e que “ a questão não é tanto a de se determinada investigação é totalmente qualitativa mas que se trata de uma questão de grau” (Biklen e Bogdan, 1994, p. 23). No decurso da sua exposição sobressai o tipo usual de dados qualitativos, como os registos de notas de campo, as transcrições de entrevistas e/ou de documentos oficiais, a análise de vídeos, de fotografias encontradas ou produzidas pelo investigador que são complementados, por vezes, com dados quantitativos, como as estatísticas oficiais mas a maioria dos estudos são deduzidos com amostras reduzidas (os estudos de caso) e que o estudo deste tipo de dados são, por consequência analisados de forma indutiva. A recolha dos dados não visa confirmar hipóteses construídas *a priori* mas à medida que estes se vão agrupando com base em certos pormenores de informação recolhida.

Assim, deste tipo de dados, a avaliação que pode advir é fundamentalmente interpretativa pois efectuar revisões de registos de notas de campo e de literatura em que os dados que surgem na forma de palavras ou imagens e não de números produzidos por outros sujeitos, forçam pela sua natureza, saber como e em que circunstâncias foram elaborados, ter em consideração que o comportamento humano é significativamente influenciado pelo contexto em que ocorre, que divorciar o gesto ou a palavra ou outros sentidos dos sujeitos do seu contexto é perder de vista o significado e que, na realidade, a verdade da nossa interpretação recai na análise dos pontos de vista desse (s) informador (es).

3.2. Recolha de Dados

Da leitura da dissertação “*Actividades de Carácter Investigativo em Ambientes de Geometria Dinâmica*” realizada pela Dra. Isabel Gorgulho que teve como objetivo central analisar as potencialidades dos Ambientes de Geometria Dinâmica usando o *software* GSP aplicado a tarefas de carácter exploratório e investigativo com dois grupos de par de alunos do 6º e 7º anos e porque a minha análise teve de se centrar nas noções desenvolvidas pelo projeto TELMA, procurou-se interpretar nessa dissertação como funcionou o *feed-back* educador/alunos/ GSP nos processos de resolução daquelas tarefas.

Como a análise de dados deveria ser feita à luz do TELMA que também desenvolveu *softwares* “inteligentes” de aprendizagem para ultrapassar a oposição “simplista” entre os defensores da aprendizagem apenas por indução (atividades exploratórias do sujeito) e os defensores de tutoriais recordamos, para o estudo, certas funcionalidades didáticas dos *software* desenvolvidos nesse projeto que, apesar de serem direccionados para a aritmética e álgebra, comportam certas funções que este não possui.

Porque o nosso campo de investigação recaiu sobre um tipo de estudo à distância (a análise de documentos), seria impensável ao analisar esta dissertação (descreve um estudo de caso) divorciar os sujeitos dessa investigação do contexto em que se inserem, na medida em que devem ser exatamente as variáveis contextuais as que se mostram mais significativas para o conhecimento do problema em questão.

Interessa, então, no universo mais complexo das significações, o que os sujeitos: professor/investigador/ alunos atribuem às situações em que estão envolvidos e isto aliado ao fato de já termos manipulado o GSP e termos posto em prática também em sala de aula a alunos do 9º ano e mesmo a alunos da faculdade.

Seria portanto fundamental examinar cada sujeito, alunos e educadores, os diálogos, as acções, as intenções, as reacções, a manipulação e o *feed-back* das representações oferecidas pelo programa, as dificuldades e os resultados interligando todo este conjunto com as funcionalidades didáticas do GSP aplicado às tarefas. Procuramos compreender como as abordagens educativas e as reacções dos alunos podem influenciar a efetividade e potencialidades da ferramenta e a evolução dos alunos no processo de aprendizagem e à medida que se fazia a leitura deste documento, certas questões baseadas naquelas noções colocavam-se e passariam a fazer parte dos objetivos do trabalho.

Em suma, para identificar as noções desenvolvidas pelo TELMA dentro desta dissertação, ou seja a noção de funcionalidade didática, representação e de distância no contexto prático da sala de aula foi analisado no documento os processos de argumentação produzidos pelos alunos com a implementação do GSP e as abordagens das educadoras. Esses processos foram identificados na atividade dos alunos, quer através da expressão oral e gestual (discussão em grupo), quer através da expressão escrita (construção e manipulação de figuras) e nos processos de raciocínio mas também levando em conta algumas observações da investigadora Isabel Gorgulho.

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DE DADOS

Durante a leitura desta dissertação fomos analisando as acções e respetivas intenções dos procedimentos e diálogo *a priori*, durante e *a posteriori*.

Desta forma, para avaliar a qualidade do GSP na sala de aula analisou-se a metodologia seguida pela professora e pela investigadora e como os alunos reagiram e o exploraram para a descoberta dos objetivos das tarefas propostas.

Desta análise, recorri aos diálogos e às afirmações da leitura refletindo sobre certas noções que a equipa TELMA desenvolveu para avaliar a qualidade/papel de certos *software* (descritos no anexo 1) no processo educativo em diferentes contextos, que envolvem os países da União Europeia, com base na experimentação cruzada.

Neste contexto de sala de aula, a noção de funcionalidade didática de uma ferramenta desenvolvida pelo TELMA, tem como base 3 componentes:

1. Um conjunto de características/funcionalidades, neste caso do GSP
2. O objectivo educacional (para cada tarefa proposta)
3. Modalidades de empregar o GSP no processo de ensino/aprendizagem de acordo com o objetivo educacional.

Como é óbvio estas três dimensões estão inter-relacionadas pois os recursos das funcionalidades do GSP só se tornam funcionalmente significativos quando entendidos em relação ao objetivo educacional para o qual está a ser usado e as modalidades da sua utilização.

Torna-se pois óbvio que todos estes itens teriam de estar antes de mais relacionados com a metodologia escolhida.

Já é sabido que o GSP, é um software de geometria dinâmica desenvolvido com base numa cultura de referência que é o da geometria euclidiana clássica e foi projetado para realizar tarefas de investigação que proporcionassem aos alunos a descoberta das propriedades e as relações de figuras geométricas por meio de conjecturas e discussão quando o manipulam usando as suas ideias (teoria, etc.)

Assim, no delineamento deste estudo, foi considerado vantajoso analisar os itens seguintes:

1ª ANÁLISE: A natureza colaborativa na organização das atividades face ao conjunto seleccionado pela investigadora com o objetivo de recolher informação relativa à concepção desta experiência: o tipo de software escolhido, as professoras e o grupo de alunos conhecidos por elas e ainda entrevistados, ou seja, a *concepção e desenvolvimento* que visa destacar os objetivos da investigadora (quem e porquê), os fundamentos teóricos do currículo (como aplicar) e o público alvo (quem).

Este ponto de partida mostrou-se basilar porque os problemas devem constituir desafios que os alunos, ou seja, o público alvo, acredite ser capaz de resolver proporcionando-lhe a oportunidade de sentir o prazer da descoberta. Outro aspeto também a considerar e para tal a colaboração na escolha e elaboração de problemas variados mas adequados ao currículo do 6º e 7º anos que por sua vez, está adaptado ao nível etário dos alunos, sendo, no entanto, indispensável que, estes possuam os conhecimentos necessários para os resolver. (ver as tabela 4.1 e 4.2 de tarefas) Observe-se que apenas a tarefa 1 foi de construção de figuras geométricas mas as restantes estavam nos ficheiros para serem “exploradas” de acordo com as tarefas propostas.

Por um lado, os problemas não poderiam ser muitos fáceis, para não provocar desinteresse, mas também não muito difíceis para não diminuir as hipóteses do sucesso levando-os à desistência.

Por outro lado, as atividades deveriam ser muito dirigidas não só pelo tipo de *software* escolhido mas também porque a compreensão do enunciado e do problema devem ser tarefas prioritárias. Às vezes acontece que há grandes enunciados sem problemas e pequenos enunciados com grandes problemas. Verifica-se também que as atividades foram-se tornando progressivamente mais complexas.

Assim, passando à análise da outra parte da amostra, constatou-se que a professora do 7º ano não conhece o GSP e que entre outras funções produz e aplica materiais didáticos nas salas de aula; que cada um dos pares de alunos do 6º e 7º anos de escolaridade, entrevistados pela investigadora, tinham sido previamente seleccionados pelas professoras tendo em conta os seguintes aspetos:

- o aproveitamento escolar, no sentido de se esperar alguma diversidade de percursos a nível do processo de argumentação, ou seja, para que o papel de um dos elementos do grupo não fosse apenas receptor das descobertas do seu colega.
- O gosto pela matemática, no sentido de verificar se eram aplicados.
- Se já tinham manipulado o computador e o GSP
- Interesse em participar no estudo e se achavam proveitoso o uso do *software* na aula de matemática.

– Bom informador/comunicador (este aspeto foi importante face aos propósitos da investigação, devido ao facto de a análise se basear no que é “visivelmente dinâmico” quanto aos processos de raciocínio para a discussão em grupo.

Tabela 4.1. - Tarefas para o 6º ano

| Tarefas - 6º ano | Conteúdos |
|--|---|
| Tarefa 1 - Exploração do <i>Geometer's Sketchpad</i> | Construção e exploração de triângulos e quadriláteros - medição do comprimento dos lados e da amplitude dos ângulos |
| Tarefa 2 - Relação entre os lados e os ângulos dos triângulos | <ul style="list-style-type: none"> - Classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos; - Soma dos ângulos internos de um triângulo; - Relação entre ângulos e lados opostos de triângulos. |
| Tarefa 3 - Classificação de quadriláteros | Classificação de quadriláteros atendendo ao comprimento e ao paralelismo dos seus lados e à amplitude dos ângulos. |
| Tarefa 4 - Diagonais de quadriláteros | <ul style="list-style-type: none"> - Paralelogramos e não paralelogramos; - Propriedades das diagonais dos paralelogramos. |

Tabela 4.2 - Tarefas para o 7º ano

| Tarefas - 7º ano | Conteúdos |
|--|---|
| Tarefa 1 - Exploração do <i>Geometer's Sketchpad</i> | Construção e exploração de triângulos e quadriláteros - com medição do comprimento dos lados e da amplitude dos ângulos; |
| Tarefa 2 - Relação entre os lados e os ângulos dos triângulos | <ul style="list-style-type: none"> - Classificação de triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos; - Soma dos ângulos internos de um triângulo; - Relação entre ângulos e lados opostos de triângulos. |

| | |
|--|---|
| Tarefa 3- Relação entre ângulos internos e ângulos externos de um triângulo | <ul style="list-style-type: none"> - Ângulo externo; - Ângulos adjacentes e ângulos não adjacentes; - Relação entre um ângulo externo e os dois ângulos internos não adjacentes. |
| Tarefa 4 - Relação entre ângulos de lados paralelos | <ul style="list-style-type: none"> - Posição relativa de rectas no plano; -Relação entre ângulos verticalmente opostos e entre ângulos de lados paralelos. |
| Tarefa 5 - Ângulos internos de um polígono | <ul style="list-style-type: none"> - Polígono côncavo e polígono convexo; - Decomposição de um polígono; - Soma dos ângulos internos de um polígono convexo. |

2ª ANÁLISE: A interacção entre o artefato GSP com a dupla: a natureza pedagógica e a natureza exploratória de envolvimento dos alunos nas atividades de resolução de problemas seleccionados no contexto de sala de aula. Mais concretamente, o artefato (representação e manipulação dos objetos matemáticos), a interatividade e quais os tópicos de ajuda (o tipo de *feed-back*, a autonomia do estudante, o conhecimento da tarefa) e o papel do professor.

Também não poderia deixar de observar o tipo de abordagem feita pelo professor/investigador com os grupos de alunos, a partir da comparação entre a abordagem tradicional e a construtivista aplicada ao GSP nas atividades de exploração em grupo (Tabela 4.3).

TABELA 4.3 Tópicos sobre uma abordagem tradicional e uma abordagem construtivista

| Abordagem tradicional | Abordagem construtivista |
|---|--|
| Enfoque do professor | Enfoque do aluno |
| Enfoque dos conteúdos | Enfoque na construção individual de significados |
| A mente do aluno funciona como uma “tábua rasa” | A aprendizagem é uma construção do aluno sobre conhecimentos prévios |
| O aluno é receptor passivo de conhecimentos | Ênfase do controle do aluno sobre a sua aprendizagem |

| | |
|------------------------------|---|
| Memorização de conhecimentos | Habilidades e conhecimento são desenvolvidos no contexto onde são utilizados. |
|------------------------------|---|

Assim, tive de analisar a utilização de natureza qualitativa do GSP e como se desenrolou o processo de aprendizagem dos alunos para atingir os objetivos educacionais propostos e como reagiram face às tarefas e às acções e intenções da professora/investigadora. Pelo fato de já termos manipulado este software, considerou-se importante observar a forma como o professor/investigador atua e quando deve atuar como orientador e desbloqueador de situações de impasse. São necessários o bom senso e a sensibilidade para intervir no momento certo e da forma certa.

3ª ANÁLISE: Recaiu sobre a forma como foram validadas e apresentadas as soluções das tarefas efetuadas na sala de aula; sobre os relatórios elaborados pelos alunos, sobre as reacções orais e visuais observadas também por áudio e vídeo e uma última entrevista com o grupo de alunos

Estes procedimentos constituíram ferramentas para que se pudesse observar a clareza das perguntas feitas, da aplicabilidade no GSP analisado na sala de aula. Serviram ainda para comparar o que os alunos esperavam desta ferramenta, avaliar as atividades que gostaram, as que não gostaram e as que acharam mais fáceis e mais difíceis.

No contexto do grupo dos dois educadores, estes, antes de porem em prática o GSP na sala de aula, tiveram de proceder à escolha de dois pares de alunos do 6º e do 7º ano (por meio de entrevista) para que existisse um certo equilíbrio nas idades, no interesse pela matemática e serem comunicativos, pois o diálogo seria fundamental para atingir os objetivos da tarefa com o tipo de software seleccionado. Só assim poderia existir uma certa proporção a nível de conhecimentos anteriores, motivação e troca de ideias (contexto do aluno) e o que veremos é que isto se foi verificando durante o processo de resolução das tarefas.

Como se referiu, observe-se que, ao contrário dos *software* para a aritmética e a álgebra onde prevalece o cálculo, desenvolvidos pela equipa TELMA para uma faixa etária do secundário, o GSP não possui um “sistema de ajuda”, um *feed-back* que esclareça sobre conceitos necessários, valide erros passo a passo, etc. mas as suas funcionalidades valorizam o progresso pessoal e de grupo, o que foi ao encontro não só das tarefas propostas mas também da selecção dos dois grupos do par de alunos.

Também para que os objetivos, os conteúdos específicos e competências curriculares a desenvolver com as funcionalidades didáticas do GSP se complementassem tiveram de refletir, em colaboração, sobre as tarefas que teriam de ser dirigidas e orientadas:

Em todas elas, excepto na primeira, as figuras geométricas já estavam construídas. Na tarefa 1, em que prevaleceu a construção de figuras geométricas, os alunos não apresentaram dificuldade alguma pois todos os passos na tarefa estavam explícitos. Isso contribuiu para que nas tarefas seguintes os alunos não tivessem qualquer dificuldade para manipular a representação dos objetos geométricos.

Durante o processo de resolução das outras tarefas, a troca das ideias prevaleceu entre os grupos. Estas deram-se a nível verbal como a nível gestual. Esta cinestesia servia ora para indicar a representação de algum objeto geométrico ou uma situação de incerteza diante das questões levantadas pelo colega ou pela educadora.

Em qualquer delas os educadores reagiram como consultores ou orientadores que soubessem não apenas lidar mas também compreender como tirar vantagens da utilização do GSP para a sociabilização do aluno relativamente à organização do conhecimento. Ou seja, foi fundamental durante as tarefas a discussão em grupo, tanto no 6º ano como no 7º ano, onde os alunos também se complementaram nos conhecimentos já antes adquiridos e na troca de novas ideias entre eles como a intervenção da professora e da investigadora, que se limitaram a uma observação participante através de questões indiretas e a definir uma ou outra noção teórica esquecida “Uma vez que (...) estava a tornar-se um obstáculo à realização da tarefa, decidimos ajudá-los a recordar a classificação dos triângulos” (Gorgulho, 2005, p. 103) e instigando à experimentação e verificação de certas conclusões. A interação verbal e gestual foi realizada em atividades coletivas visando uma construção social do conhecimento.

Da necessidade recorrente das educadoras para recordar os conceitos teóricos fundamentais para a resolução de um problema verifica-se que as funcionalidades do GSP têm uma grande distância pedagógica, como didática e neste caso porque exige por parte das educadoras o planeamento de questões para induzi-los a refletir sobre o problema, um estímulo questão-resposta quase alternado.

Seguem-se algumas exemplificações dos dados retirados do documento para ilustrar como e porquê ocorreu a interação educadores/alunos:

Tarefa 2 da alínea 1 a) (6º ano) – no anexo2, p. 76

Relação entre os lados e os ângulos dos triângulos

Dados do documento: O grupo sabia o que era um triângulo equilátero

(...)

Pedro – Os lados nunca mudam.

Ana – Ahm? *Stôra* veja lá!

Professora – Mas não estão aí as amplitudes de todos os ângulos.

Pedro – Pois, mas os lados não mudam então os ângulos também são sempre iguais.

Professora – E porque é assim?

Ana (pegando no rato) – Dá cá. ABC, carrega lá aí. Agora estamos a ver os ângulos.

Pedro (apontando para o monitor antes que a Ana medisse os restantes ângulos) – Três vezes seis dezoito, são iguais!

Ana – *Stôra*! Aqui quando a gente arrasta fica sempre 60° .

Pedro – O triângulo mantém-se sempre equilátero e os ângulos sempre iguais.

Investigadora – Explica lá isso melhor do triângulo manter-se sempre equilátero.

Pedro – O quê?

Investigadora - Falaste nos ângulos, então e os lados?

Pedro – Então! Mudam mas ficam sempre iguais.

Investigadora – E os ângulos?

Pedro – Ficam sempre 60° .

(Gorgulho, 2005, p. 67)

Com a mesma tarefa da alínea 1 a) que se encontra no anexo 2, p. 76

Dados do documento: Os alunos do 7º ano não se recordavam da definição do triângulo equilátero

(...)

Daniel – É equilátero?

João (*encolhendo os ombros*) – *Sei lá o que é equilátero. Equilátero é normal não é? Nunca demos isso.*

E começou a ler o enunciado em voz alta.

João – *Arrasta* um dos vértices.

O Daniel aproxima-se para *ler também*.

Daniel – Onde vais?

O João começa a mexer com o rato.

João (lendo a ficha) – Agora é para fazer o quê? *Arrasta* os vértices...os vértices são estes *pontinhos* aqui. E verifica que algumas propriedades se mantêm.

Daniel – Todas as propriedades.

João – *Stôra!* Olhe como ficou pequenino.

Investigadora – Já conseguiram tirar alguma conclusão?

João – Não! - *Arrastando* um dos vértices.

Daniel – Isto mantém-se tudo.

Investigadora – O que é que se mantém?

João (*franzindo o sobrolho*) – As arestas? Nós nunca demos isso, equilátero.

Daniel – Equilátero já demos...demos sim.

Investigadora – O que é que caracteriza esse triângulo?

Daniel – Com três lados iguais.

Investigadora – E como é que vão provar que o triângulo é equilátero?

Daniel (apontando no ecrã os três lados do triângulo) – Pelo perímetro. Daqui a aqui, daqui a aqui e daqui a aqui.

Investigadora – E isso é o perímetro?

Daniel – Não, não é o perímetro.

João – São os segmentos.

Investigadora – Será que nos interessa saber só o comprimento dos lados?

João – E os vértices, estes *biquinhos* aqui – *apontando os vértices* do triângulo.

Daniel – Os pontos, não espera, os ângulos. É isso os ângulos, temos de medir os ângulos.

(Gorgulho, 2005, p. 101)

Observa-se que os alunos do 7º ano, que não se recordavam da definição de triângulo equilátero para atingir o objetivo desta alínea, tiveram maiores dificuldades recorrendo às educadoras um número de vezes superior aos do 6º ano que realizaram a tarefa com uma autonomia substancial. No entanto, temos um ressalvo, durante o diálogo com o 7º ano, só uma das educadoras participou, a única que já havia manipulado o GSP, enquanto que com os alunos do 6º ano ambas participaram.

Na exploração dos conceitos e relações matemáticas, que os alunos por vezes desconheciam, recorreram também às características principais do programa (o *feed-back*), a visualização dos objetos, às medições e ao arraste dos objetos geométricos para a “demonstração por manipulação”, que em geral se complementam e levam à troca de ideias, à formulação de conjecturas e refutações mas é sempre recorrente o auxílio às educadoras.

Quando foi pedido ao 7º ano, na 1b) que justificassem porque não é possível obter triângulos retângulos e obtusângulos a partir do triângulo equilátero, os alunos do 6º ano responderam sem manipular o GSP e erraram a resposta. Já os alunos do 7º ano responderam com alguma autonomia e constataram a sua resposta ao manipularem o triângulo mas mais uma vez tinham esquecido certos conceitos teóricos. “Uma vez que (...) estava a tornar-se um obstáculo à realização da tarefa, decidimos ajudá-los a recordar a classificação dos triângulos” (Gorgulho, Isabel, p.103, 2005). E esta citação volta a ilustrar uma distância pedagógica, o *feed-back* do GSP não oferece os conceitos teóricos para a realização da tarefa.

Seguem-se algumas exemplificações retiradas dos dados do documento:

Tarefa 2 da alínea 1b) (7º ano) - no anexo 2, p. 76

(Depois da investigadora ter recordado na aula a classificação dos triângulos)

Daniel- Olha um agudo, vês? Tá um agudo bom.

João- Pronto, já está. Agudo dá. E agora um obtuso? Não dá- enquanto o Daniel continua a mexer com o rato.

(...)

Daniel – O recto também não dá e o obtuso também não. Só dá os acutângulos.

Na mesma tarefa da questão 2a) foi explicitamente pedido que os alunos arrastassem os vértices para obter triângulos retângulos, acutângulos e obtusângulos.

(Gorgulho, 2005, p. 103)

Tarefa2 -2a) (6º ano) - no anexo 2, p. 76

Ana (*apontando* para o monitor) – Vá! *Arrasta* o vértice. Triângulo acutângulo. Como é que é o triângulo acutângulo?

Pedro - Tem os ângulos todos agudos.

Ana - Eu sei!

Pedro continua a mexer no rato.

Ana (enquanto o Pedro continua a mexer com o rato) - Falta o BGF. Já está. Agora tem os ângulos todos agudos. Pronto os acutângulos também já estão.

Ana (pegando no rato) - Agora obtusângulo. Também se consegue.

(Gorgulho, 2005, p. 70)

Mas o grupo do 7º ano optou por determinar de imediato o comprimento dos lados.

João - isósceles é com dois lados iguais. Cá está.

Daniel - Equilátero é com todos lados iguais e escaleno com nenhum. Agora marcas isto e depois os ângulos. Este ângulo, este ângulo e este ângulo.

(...)

Daniel – já está aqui um obtuso.

(Gorgulho, 2005, p. 104)

Observa-se que na questão 2a) onde se pedia explicitamente para arrastarem os vértices, ambos seguem processos de resolução diferente e não pedem ajuda aos educadores, excepto na fase inicial da questão, os alunos do 7º ano por não se recordarem da classificação dos triângulos mas depois resolveram a questão com autonomia. Mais uma vez, a necessidade de teoria esquecida manifesta que as funcionalidades do GSP necessitam das educadoras para que os alunos prossigam na resolução dos problemas (distância pedagógica). As representações dos objetos geométricos são familiares e não têm dificuldade alguma na manipulação. A distância epistemológica é muito baixa.

Verifica-se que em certas questões de uma dada tarefa, os alunos conseguiram concluir e generalizar por meio de resultados de tarefas anteriores mas existiu um caso contrário, a questão 2b) foi resolvida depois de terem explorado com auxílio das educadoras a questão 3b) cujo conteúdo era o mesmo que a questão 2b): “ O Pedro e a Ana avançaram para o estudo do triângulo escaleno sem terem respondido à questão: Tenta descrever a relação existente entre os lados e os ângulos dos triângulos que fores obtendo, mas como esta questão voltou a surgir em relação aos triângulos escalenos, resolveram pedir auxílio” (Gorgulho, 2005, p.71) A “repetição” da questão sobre o mesmo conteúdo revelou o planeamento metodológico desta tarefa. Se antes, os alunos deixaram a questão anterior, voltaram à “mesma” questão. No entanto precisaram de auxílio das educadoras. Mais uma vez o GSP revela que existe uma forte distância didática para esta faixa etária.

Exemplo:

Da mesma tarefa da alínea 3b) - no anexo 2, p. 77

Descrever a relação entre os lados e os ângulos dos triângulos que fores obtendo.

Ana – *Stora!* O que é isto de relação entre os lados e os ângulos?

Investigadora – Então aí no triângulo escaleno como é que obtiveram um triângulo retângulo?

Pedro (apontando com o rato do vértice H) – Mexemos aqui até o ângulo (HEF) ficar igual a 90° .
Investigadora - Então estiveram a alterar a amplitude desse ângulo. E o que aconteceu às medidas dos lados?

Ana - Continuaram todas diferentes, o triângulo é escaleno.

(...)

(Gorgulho, 2005, p. 71)

Este diálogo foi acompanhado da manipulação do triângulo escaleno que ia ajudando à descoberta dessas relações.

Já o grupo do 7º ano não sentiu necessidade de validar a sua resposta.”A constatação que o triângulo equilátero tem todos lados iguais levou-os a concluir que os ângulos também eram todos iguais”; “A descoberta, de que no triângulo isósceles, o lado diferente era maior foi suficiente para concluírem que o ângulo diferente era o oposto e também era o maior”, “A descoberta de que no triângulo isósceles, o lado maior era o maior foi suficiente para concluírem que o ângulo diferente era o oposto e também era o maior” (Gorgulho, 2005, p.108). O que patenteia talvez, o fato de quando os alunos de idade mais avançada se recordam da teoria são capazes de relacionar e avançar de forma mais autónoma com o GSP.

As tarefas que se seguem, como era de esperar, já não têm o mesmo conteúdo curricular para os 2 grupos do 6º e 7º anos, mas em geral, constatamos que as mesmas particularidades, troca de ideias, entre o grupo e a intervenção recorrente dos educadores permanece.

Tarefa 3 (6ºano) – no anexo 2, p. 78

Classificar quadriláteros

Quando os alunos não sabiam o que eram trapézios paralelogramos e não paralelogramos as educadoras explicaram apenas que o objetivo era que descobrissem as suas propriedades e nada mais referiram sobre o assunto. Assim, os alunos foram constando por um procedimento sistémico: seleccionando os objetos das figuras dados nos ficheiros, medindo e arrastando os mesmos chegando às conclusões corretas.

Tarefa3 (6º ano) - no anexo 2, p. 78

1.Caraterísticas do quadrilátero que é trapézio paralelogramo.

Pedro – Vamos começar pelas medidas.

(...)

Pedro - Olha, os lados estão iguais dois a dois.

Pedro- Agora os ângulos

Ana (apontando para o ecran) – Não podes fazer assim Pedro. Então tu fazes VY vá. Agora vamos ao TV.

Pedro – 43°.

Ana (apontando para o ecran) – Agora vai ao YUT. Agora V, não espera falta ficar V no meio, já está o U e o T. YUT.1, 2,3 já está.

Pedro (enquanto escrevia) – Os ângulos iguais dois a dois. Agora vamos mexer.

(...)

Pedro (enquanto mexia no rato) – Ficam sempre iguais 2 a 2.

(Gorgulho, 2005, p. 76)

Mas na alínea 2 quando lhes foi pedido as caraterísticas do quadrilátero trapézio não paralelogramo, os alunos procedendo igualmente como na alínea anterior chegaram inicialmente só a uma conclusão aproximada. No entanto, arrastam e constataam diferenças e duvidam acabando por recorrer à educadora.

Ana (começando a escrever enquanto o Pedro manipulava a figura) – Espera! Descobrimos que tem todos os lados e os ângulos diferentes. Então vá, mete isso! Pedro acho que foi só isso que descobrimos, não foi?

Pedro (franzindo a testa) – Ah...

Ana – Ah! Não, Pedro, estes ângulos estão iguais. Queres ver?

Pedro – Isso já não percebo muito bem.

Ana – Oh! *Stôra*. Nós quando começamos estava tudo diferente e depois começamos a mexer e ficaram dois ângulos de 90° que assim já não são iguais!

Investigadora – Então será que a vossa primeira conclusão estava completa?

(Gorgulho, 2005, p. 77)

Já os dados do documento da tarefa 3 do grupo do 7º ano revelam que ambos não sabiam o significado de ângulo externo de um triângulo e isso originou problemas na medição. “Mediram sem dificuldade o ângulo interno adjacente ao externo, mas a dúvida surgiu quando tentaram

medir o ângulo externo” e recorrem à educadora para entender o ângulo que devem seleccionar e mesmo para responderem à questão concluem sem validar com o GSP. Novamente os conceitos teóricos mostram-se fundamentais até para seleccionar um objeto específico o que levou o grupo a recorrer á educadora. Os alunos esqueceram o que é um ângulo externo e isto manifesta mais uma vez a distância pedagógica do GSP. Por outro lado, a validação que não faz parte das funcionalidades deste *software*, ou seja, não dá as “riscas vermelhas” como em certos *softwares* de álgebra e aritmética por cada equivalência, o que originou nos alunos certa insegurança sobre o que conjecturavam.

Observe-mos o exemplo que ilustra o que foi referido:

Daniel – Mede o ângulo interno e o externo que lhe é adjacente.

João – Este aqui não tem fim!

Daniel – Faz ABC. Não isso não é assim.

João (voltando a pegar na ficha) – Mexe o ângulo externo.

Daniel – E o interno. Temos o interno, agora este não sei. *Stôra*, chegue lá aqui. E agora este ângulo?

Investigadora – Então para medirmos um ângulo precisamos de quantos pontos?

Daniel – Três.

Investigadora – Pois é?

João (apontando para a semi-reta) – Então o ponto tem de estar aqui. Ah! É pôr ali um ponto.

Investigadora – Sim, qual é o ângulo que queres medir?

João – CAB.

Daniel – Não é o CAB. Temos de dar uma letra a este ponto.

Investigadora – Muito bem.

O João atribuiu a letra E e começa a medir o ângulo

(...)

Começam por ver se algum dos ângulos é igual ao externo, e concluem que nem sempre o ângulo externo se mantinha igual a um dos internos mas acabam por dirigir-se à educadora que simplesmente lhes recorda que o que têm de encontrar é uma relação entre o ângulo externo e dois internos não adjacentes.

João – Olha, vou somar os internos.

(...)

Investigadora – EAB é o externo e depois deste é o....?

Daniel - O adjacente.

Investigadora – Agora podem comparar os dois internos com o externo.

(Gorgulho, 2005, p. 109)

Um outro exemplo de demonstração por manipulação é referido na página 102 da dissertação referida antes:

A investigadora afasta-se e o João pega no rato e em silêncio começa a medir as amplitudes dos ângulos, enquanto o Daniel se mantinha atento.

João – Toma! É tudo igual. Então agora vou mexer.

Daniel – Isso é tudo igual já viste? O que tas a fazer João?

João - A ver se é tudo igual. Pronto agora tira os cálculos.

– No entanto, a validação foi muitas vezes esquecida talvez porque as questões colocadas pelos alunos, durante a realização das tarefas e a confirmação de que estavam a utilizar o processo correto a isso os induzia. Passo a mencionar os relatos feito pela investigadora: “A validação das descobertas foi essencialmente feita recorrendo à professora. Não sentiram necessidade em manipular as figuras para verificarem o que haviam descoberto” (Gorgulho, 2005, p.108).

Mais uma vez, na tarefa 4, o 7º ano explorando as questões com o GSP validam-nas recorrendo aos educadores. “O João e o Daniel recorrem à professora e à investigadora para validarem as suas descobertas” (Gorgulho, 2005, p.121).

“A validação não fez parte de uma forma sistémica, da análise das figuras geométricas. Verifica-se que os alunos, de uma forma geral, seguiram as mesmas etapas para a exploração de figuras. No entanto nem sempre sentiram a necessidade de validar o que iam descobrindo” (Gorgulho, 2005, p. 136). Mais uma vez, isto mostra que a validação que não faz parte das funcionalidades deste *software*, ou seja, não dá as “riscas vermelhas” em certos *softwares* de álgebra e aritmética por cada equivalência, leva os alunos a interrogarem muitas vezes a educadora para sentirem mais segurança sobre as conjecturas que fazem entre si.

– Alunos trabalharam em duplas, como já foi referido e cada um teve de fornecer um texto elaborado. Estes relatórios escritos constituem alguma base sobre como as discussões coletivas foram organizadas no entanto não revelam que foi recorrente a intervenção dos educadores para despertar os alunos sobre a demonstração por arraste quando não lhes era explicitamente pedido, ora na ficha ora pelas educadoras e que certos conceitos teóricos foram recordados para que pudessem seleccionar o que era crucial para fundamentar os seus argumentos e que as figuras

todas (excepto na tarefa 1 que serviu para conhecerem o básico para as seguintes) já estavam construídas em cada questão.

Em certas tarefas os alunos sentiram a necessidade de recorrer ao papel e ao lápis, como por exemplo, quando, se sentiram confusos perante um vasto número de medições que deviam ser feitas para solucionar o problema mas em todas tiveram de clarificar por escrito os passos das demonstrações de cada tarefa.

Portanto, observa-se que a distância pedagógica e didática do GSP é alta, uma vez que as suas funcionalidades didáticas requerem bastante a intervenção recorrente da professora / investigadora/ grupo de alunos para recordar conceitos, direccionar, organizar e levar os alunos a atingir os objetivos educacionais propostos em grande parte das tarefas e a validação.

Ambos grupos não apresentaram problemas na construção e manipulação das figuras pois apenas a tarefa 1 foi muito direccionada para a construção e manipulação das figuras e em todas outras, as figuras já dadas só teriam de ser manipuladas e analisadas. As representações das funcionalidades oferecidas pelo GSP foram de fácil reconhecimento, utilização e adaptadas ao currículo para esta faixa etária. A tarefa 1 deu-lhes uma ideia geral de como funcionava o programa.

O estático tradicional (lápis e papel) e as representações dinâmicas por arraste, características da acção dinâmica do GSP foram de fácil entendimento e os alunos verificaram e descobriram as regularidades pela visualização e manipulação que pelo ensino tradicional talvez não seria possível.

Por outro lado, as representações do GSP com as do papel são semelhantes e portanto esta ferramenta centra-se na ideia de redistribuição de esforço cognitivo e pouco contribui para introduzir novas ou diferentes formas de representação. No entanto, a maneira como os alunos operam com elas é diferente pois depende de conhecimentos teóricos que os alunos adquiriram em anos anteriores. Portanto, a distância curricular e epistemológica é baixa. Os alunos não manifestaram dificuldades na utilização, na compreensão das representações oferecidas pelo GSP e de forma geral atingiram os objetivos propostos.

As funcionalidades didáticas do GSP adequaram-se ao conteúdo específico das tarefas mas o papel do professor/investigador foi fundamental, a fim de orientar o objetivo da discussão como para orientar o desenvolvimento dos sentidos pessoais para o significado geométrico de um

problema de manipulação para a “demonstração por arraste” e levá-los a validar o que iam concluindo.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES

5.1 CONCLUSÕES DO ESTUDO

As tecnologias podem ser instrumentos importantes para a realização de práticas e procedimentos didático – pedagógicos que viabilizam a inserção positiva, produtiva do cidadão na sociedade mas os profissionais da educação não podem perder o foco, e precisam de ter sempre em mente que é a tecnologia que está a serviço dos processos educativos e não o inverso.

Uma das questões básicas quando se trata de estudar a relação da tecnologia com a educação consiste na compreensão da máquina enquanto recurso que potencializa o processo do pensamento humano uma vez que o pensamento é expresso mediante signos acordados socialmente.

No ensino, um software pode contribuir para o aluno aprender a lidar com sistemas representativos, e simbólicos mas o bom uso que se possa fazer dele na sala de aula depende tanto da metodologia utilizada, quanto da sua escolha em função dos objetivos educacionais que se pretendem atingir e da concepção de conhecimento e aprendizagem que orienta o processo - os educadores.

Observamos que a eficiência do processo de ensino dependeu muito do planeamento, da preparação da metodologia utilizada pelos educadores adaptado à escolha deste *software*.

Não houve grandes dificuldades de implementação do GSP na aula de matemática com os grupos dos dois alunos para cada uma das duas educadoras. As representações externas deste software parecem ser familiares aos alunos talvez à partida porque no contexto cultural as formas geométricas são universais. Dado que este é um software de geometria dinâmica, era de esperar que a visualização e a manipulação das figuras constituíssem um dos principais processos que se foram complementarizando ao longo das tarefas, aspeto que vai ao encontro da análise feita por (Mariotti, 2000) quando refere que numa 1ª fase “ Os alunos ao manipularem as figuras, de forma intuitiva apercebem-se de um conjunto de propriedades ” e numa 2ª fase procedem à “ formulação de conjecturas e discussão ao manipularem as figuras usando as suas ideias, recebendo *feed-back* visual que lhes vai permitir verificar propriedades, relações” e numa 3ª fase “garantir a legitimidade de uma construção”.

Como o GSP não possui um sistema de validação, por se destinar apenas para a construção e exploração de figuras geométricas, quando se entra na 2ª fase, o *feed-back* entre os

alunos/investigadora /professora (mesmo a que não conhecia este *software*) intensifica-se por existir nos alunos a necessidade de recordar certos conceitos teóricos e a preocupação de verificarem se estavam a conjecturar da melhor forma para poderem avançar com segurança nas suas soluções, o que talvez os levou, por vezes, à não validação das mesmas. Conforme já foi anteriormente observado, esta circunstância, gerando certezas antecipadas pode ter estado na origem da não validação de certos passos.

Vendo as coisas à luz do projeto TELMA, nada se pode, de forma alguma concluir que as conjecturas construídas pelos alunos signifiquem que a implementação do GSP se inscreva num quadro teórico puramente construtivista. Muito menos ainda a opinião de que os *feed-back* dados aos alunos baseiem a sua implementação num quadro teórico de natureza behaviorista.

Tendo em consideração a quantidade de *feed-back* que os *software* criados pelo TELMA disponibilizam, o GSP situa-se num plano intermédio, relativamente às teorias acabadas de mencionar. Esta afirmação tem como fundamento a constatação de que o GSP não fornece ao estudante um leque de representações que situem para além das que lhe são peculiares; de que o papel interventivo do professor se mostra ainda preponderante; de que a insuficiência dos *feed-back* limitando o GSP de uma forma tão notória não permite que as questões atuem neles como estímulos capazes de provocar respostas.

Assim, os alunos usaram a visualização (que é semelhante ao lápis e papel) para intuïrem na descoberta de propriedades quando as figuras eram pouco complexas, mas quando estas se tornavam mais complexas recorriam às representações dinâmicas concebidas por este software, manipulando por arraste as figuras para identificar e conjecturar sobre as regularidades que não eram evidentes só por meio da visualização. Por meio deste tipo de representação, os alunos conseguiram criar as suas premissas e no geral, atingiram os objetivos propostos mas manifestaram alguma dificuldade na exposição escrita - os relatórios. No entanto, como o GSP não possui um sistema de ajuda, quando não recordam conceitos teóricos não sabem que objeto devem seleccionar e quando os manipulam caem muitas vezes em incertezas fazendo uso recorrente aos educadores e por consequência, nessa altura, a mente do aluno funciona como uma “tábua rasa” pois acabam por não validar as conclusões.

5.2 CONSIDERAÇÕES GERAIS: O TELMA e O ESTUDO DE CASO

Como se podem minimizar as distâncias de uma dada TIC no processo de ensino/aprendizagem e aumentar as suas potencialidades? O que é uma limitação poderá ser uma vantagem?

Quando o educador quiser utilizar o software nas suas aulas, deve planear muito bem as suas ações e questionar-se em que medida esta ferramenta pode ajudar a avançar num conteúdo. Para tal, terá de analisar como os conteúdos podem ser aprendidos com o seu uso.

Cada um dos diferentes tipos de software usados na educação apresenta características e funcionalidades que podem favorecer de alguma maneira o processo de aquisição, construção e organização do conhecimento. A contribuição da didática às pesquisas ambientais interativas de ensino-aprendizagem com programas computacionais, conforme Rocha e Campos (1993), é de ordem metodológica e teórica. Segundo estes autores, trata-se da caracterização e modelação de situações de ensino; da análise de condutas das concepções dos alunos, diante de um conteúdo do conhecimento num determinado contexto, do estudo de fenómenos da transferência do saber; do estudo das formulações do saber; e dos métodos de validação.

Um ponto bastante positivo é permitir que os alunos manipulem o programa antes de iniciarem as atividades propriamente ditas, como construir, explorar, reconstruir e interagir para compreender, para criar novos significados a partir de situações que se apresentam e assim desenvolver no aluno a observação, o questionamento e a criatividade.

Seria então conveniente que o software escolhido fosse livre para que o sujeito tenha a possibilidade de o manipular e compreendê-lo (o que não acontece com o GSP).

Um outro aspeto sobre o GSP, é que por vezes, numa construção, as funcionalidades de certos menus ficam inativas. Poder-se-ia fazer desta limitação uma orientação para o aluno porque este software segue a filosofia da geometria euclidiana. Esta limitação poderia orientar os alunos sobre o que é suficiente e insuficiente numa construção. Quando o aluno está no meio de uma construção, investigação ou resolução de um problema, este deve ter a ideia do que quer fazer, experimentar, por isso deve saber que objetos precisa de seleccionar para construir. Um exemplo é quando se pretende construir uma perpendicular e eles seleccionam logo uma recta para tirar a perpendicular pelo menu que aparece inativo. Isto pode induzir à teoria: para determinar uma perpendicular não é suficiente seleccionar uma reta, pois uma perpendicular só pode ser determinada por meio de uma recta (para a qual é perpendicular) e de um ponto (pela qual passa).

Já sobre o projeto TELMA, considerados todos os passos referidos no enquadramento teórico, verifica-se que os resultados até agora alcançados não se esgotam em si próprios como exigências finais. Pelo contrário: esboçam-se como ferramentas conceptuais, metodológicas e digitais ao serviço da experimentação cruzada, no sentido de atenuar a fragmentação teórica. Mostram-se deste modo como um somatório de recursos que permitiram às equipas discernir com clareza o

que podia ser encarado como sucesso, o que pelas lacunas apresentadas exigiam ainda mais pesquisa e, finalmente, o que tinha ficado por fazer.

O contexto, por exemplo, funcionando como a componente fulcral da diversidade de molduras teóricas e consequentemente das representações e das diversas dimensões de distância, apresenta-se, como fator condicionante do desenvolvimento de ADD mais sofisticados e capazes de atuar em contextos de ILE. Os avanços semióticos que daí, porventura, pudessem vir a registar-se, resultariam também numa maior compreensão da linguagem entre as equipas e entre estas e os professores, decorrendo disso, mais dinamização nos procedimentos da investigação. Do mesmo modo a capacidade interativa destes artefactos na gestão das inovações no sistema educativo seriam também mais imediatas.

Pelas vantagens que se esperam, resultado das possibilidades que já detêm, as equipas TELMA estão agora a trabalhar noutro projeto europeu que lhe é contínuo: o projeto “ReMath” (Representing Mathematics with Digital Media). Pela dimensão que este projeto comporta, as ferramentas metodológicas e conceptuais existentes, embora continuem a ser utilizadas desenvolveram-se em termos de sofisticação e operacionalidade de modo a poderem configurar novas representações e portanto, também, novas dimensões de distância.

Aposta-se assim, numa intervenção mais dinâmica em ILES onde, fatores ligados a uma linguagem comum entre cenários e plataformas integrativas ganhariam outro contorno relativamente ao objetivo de melhorar a aprendizagem da matemática em ILE.

O fato de, em dados momentos, a equipa TELMA ter-se socorrido de trabalhos desenvolvidos por investigadores do passado e contemporâneos para orientar e fundamentar os passos que ia dando, não minimiza em nada o seu trabalho. Tal procedimento, concorreu para conferir alicerces científicos solicitados à sua acção e apenas utilizou as referidas teorias como suporte para o desenvolvimento de novas percepções que não se esgotam nas finalidades daquelas. As noções que formula são próprias e direccionam-se para caminhos originais. E é por se ter em linha de conta os resultados que o projeto TELMA têm vindo a alcançar, que outras instâncias científicas começam a adotar estratégias semelhantes.

Estes fatos foram postos em relevância na última Conferência Europeia para a Educação Matemática e em artigos de jornais, entre os quais se cita o volume 40-2 do *Zentrablatt für Didaktik der Mathematik*, de 2008.

● Algumas Limitações

Diante de uma investigação documental, com a qual não estou familiarizada sobressaiu a noção de distância, no sentido rotineiro da palavra visto que a análise se baseou em interpretações e percepções de leituras e cuja observação é feita distante do “campo de experiência”. Além disso constata-se que a amostra relativamente ao público alvo é extremamente reduzida e homogênea: dois alunos de cada ano de escolaridade e que possuíam perfis bastante semelhantes e ainda, para cada um dos grupos, igualmente duas educadoras. Porém, sabemos que num contexto real de sala aula, em média, o número de alunos é pelo menos dez vezes mais do que esta amostra e que, nos nossos dias, a diversidade de contexto cultural é cada vez maior na sala de aula.

Esta distância ainda se manifestou na descrição feita pela autora desta dissertação sobre as observações das gravações de áudio e vídeo decorridas na sala de aula, o que por vezes ajuda a construir o que não é visível mas, por outro lado, sabe-se que quando se descreve o todo que se vivência no “campo da experiência”, explicitar certo tipo de reacções que emergem em muitos instantes torna-se uma tarefa muito complicada porque esse todo não se condensa só em palavras que guiam gestos para ilustrar as atitudes e os comportamentos, é um somatório que por ser tão complexo ajuda apenas a conjecturar sobre o ambiente em que, neste caso, se leciona.

Quanto à pesquisa sobre o enquadramento teórico sobressaiu o fato dos artigos fornecidos serem todos em inglês e escritos basicamente por franceses e italianos. Sabemos que numa tradução nem sempre existem palavras e termos correspondentes porque também são símbolos visto que também são construídos em contextos diferentes. E tudo que é símbolo é representação e tudo que é representação vem de vivências sociais e dos nossos conhecimentos teóricos de origem cultural. A representação é demasiado complexa mas de qualquer forma estas limitações constituíram um desafio e uma construção de conhecimento e esperança para compreender o que aparece e parece ser visível.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. Bottino, R. M., Kynigos, C., (2009). Mathematics Education & Digital Technologies: Facing the Challenge of Networking European Research Teams. *Journal Compute Math Learning*, 14, 203–215. DOI 10.1007/s10758-009-9153-y
2. Trgalova, J.; Bouhineau, D., & Nicaud, J. F. (2009). An Analysis of Interactive Learning Environments for Arithmetic and Algebra Through an Integrative Perspective. *Journal Compute Math Learning*, 14, 299–331. DOI 10.1007/s10758-009-9155-9
3. Artigue, M., Cerulli, M., Haspekian, M., & Maracci, M.,(2009). Connecting and Integrating Theoretical Frames:The TELMA Contribution. *Journal Compute Math Learning*, 14,217–240.DOI 10.1007/s10758-009-9157-7
4. Morgan, C., Mariotti, M. A., & Maffei, L., (2009). Representation in Computational Environments: Epistemological and Social Distance. *Journal Compute Math Learning*, 14, 241–263. DOI 10.1007/s10758-009-9156-8
5. Kynigos, C., Psycharis, G., (2009). Investigating the Role of Context in Experimental Research Involving the Use of Digital Media for the Learning of Mathematics: Boundary Objects as Vehicles for Integration. *Journal Compute Math Learning*, 14, 265–298. DOI 10.1007/s10758-009-9154-x
6. Bouhineau, D, Trgalova, J.,& Nicaud, J.F. (2009), *Analyse d'EIA en arithmétique et en algebra*, in *International Conference: Technology Enhanced Learning'03* , ACM Italian Chapter And ASI.
7. Gagatsis, A. , Christou, C., & Elia, I. (2004). The nature of multiple representations in developing mathematical relationships. *Quaderni di Ricerca in Didattica* 14, 150-159.
8. Bogdan, R., Biklen, S., (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*, Porto Editora.
9. Gorgulho, I., (2005). Dissertação sobre *Actividades de Carácter Investigativo em Ambientes de Geometria Dinâmica: um estudo com alunos de 6º e 7º anos*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
10. Costa, F., Peralta, H., Viseu, S., (2010). *As TIC na educação em Portugal: Concepções e Práticas*. Porto Editora.
11. LAGARTO, J., Andrade, A., (2010). *A Escola XXI: aprender com TIC*. Lisboa: Universidade Católica Editora.
12. Jardi, J., (2008). *Programa de Desenvolvimento de Competências Pessoais e Sociais*. Horizontes Pedagógicos.
13. Viana, C., (2002), *Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar*. Belo Horizonte: Autêntica.

ANEXO 1

**DESCRIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DOS *SOFTWARE* ESTUDADOS PELA
EQUIPA TELMA**

DESCRIÇÃO DOS SOFTWARES DESENVOLVIDAS FORA E PELAS EQUIPAS DO TELMA

● Os **Software** desenvolvidos fora do TELMA e selecionados para o estudo são:

1- ActiveMath (<http://www.activemath.org/>)

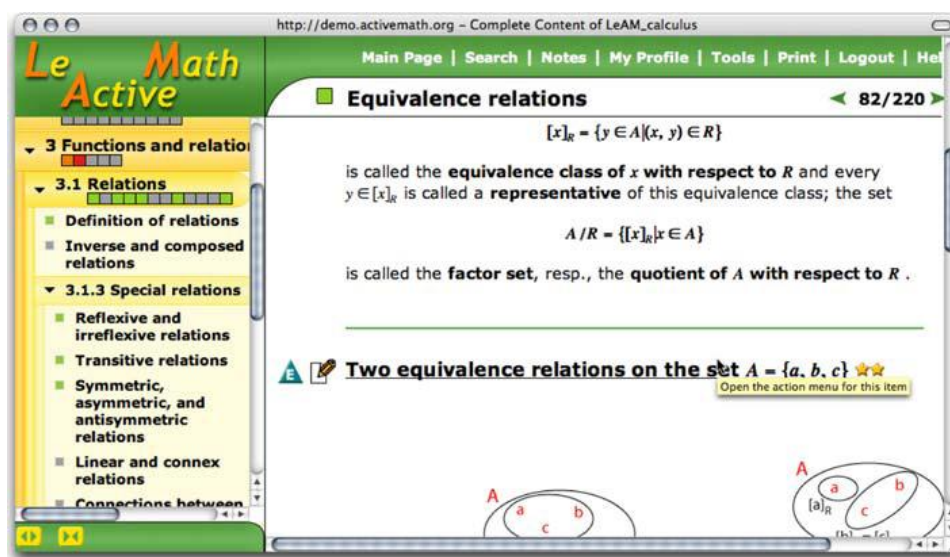
– É um ambiente rico para aprender matemática baseada na net (Melis 2005; Melis et al. 2001, 2007).

– Proporciona uma variedade de conteúdos (cálculo, álgebra, combinatória).

– Baseado nas competências do sistema (ex: uma função de plotagem um sistema de álgebra ou uma ferramenta interactiva para a criação de mapas), o aluno é confrontado com material teórico e interactivo e tem grande liberdade na maneira como aprende.

Os Exercícios interactivos respondem com *feed-back* e possuem sugestões mas o aluno também pode pedir mais informações ao programa.

Fig 1. Anexo -ActiveMath



AnimalWatch (<http://k12.usc.edu/AW/>)

Também é um sistema de ajuda baseado na net para aulas de matemática do ensino secundário

– apoia o estudante na transição da aritmética para a álgebra (Arroyo, 2000; Arroyo et al. , 2003), o conteúdo corrente inclui aritmética, fracções, pré-álgebra e análise de dados.

- propõe questões em linguagem vulgar sobre espécies ameaçadas e para cada problema os estudantes podem pedir exposições multi-média, uma lição vídeo ou um exemplo mais trabalhado. Eles completam as questões organizadas em “narrativas virtuais”.

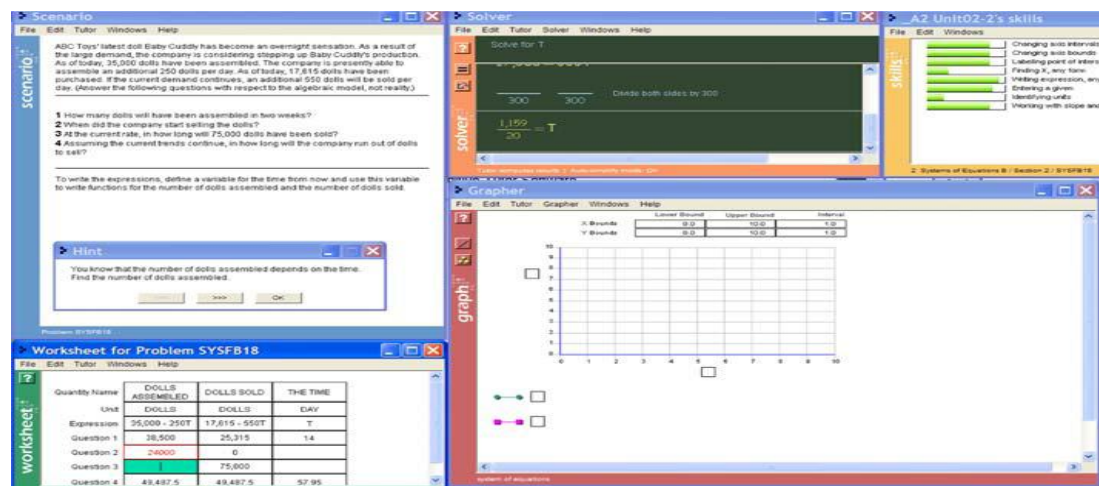
Fig 2- AnimalWatch



Cognitive Tutor (<http://www.carnegielearning.com/>)

- É para o ensino secundário e pré-universitário.
- O conteúdo inclui Álgebra, Álgebra I e II; Geometria, Matemática integrada e preparação em matemática (Koedinger et Trgalova et al., 1997, p. 304).
- Cada contudo combina lições individualizadas sobre problemas práticos do mundo real pensados para sublinhar ligações entre representações verbais, numéricas, gráficas e algébricas.
- Fornece instrução individualizada, resposta imediata, explicações.
- Mostra o progresso tanto do estudante como do professor.

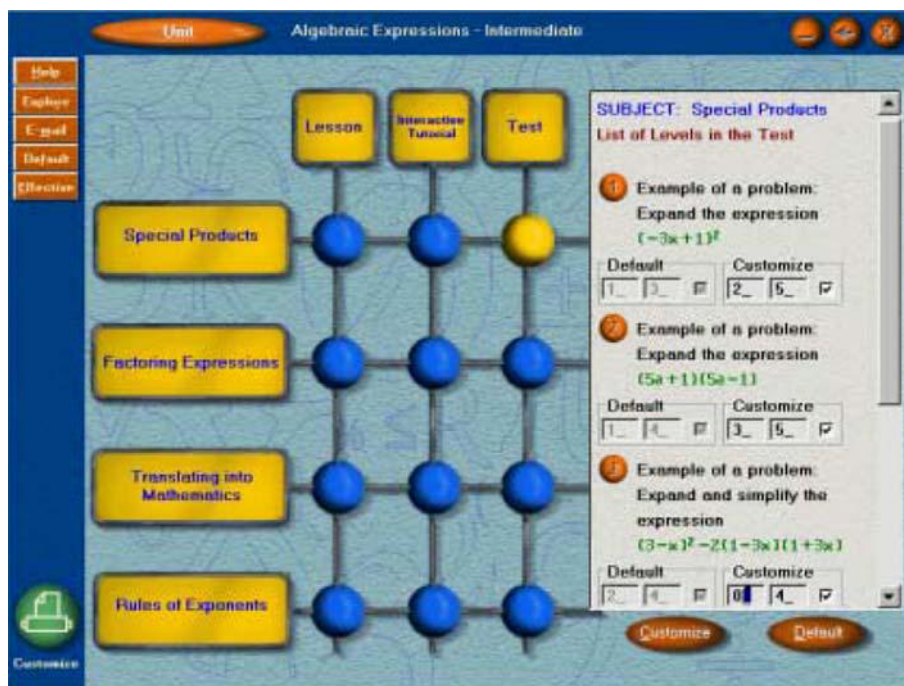
Fig3 - Cognitive Tutor



MathTeacher (<http://www.mathkalusa.com/index.html>)

- É organizado em módulos que cobrem muito dos programas de matemática desde o secundário ao pré-universitário e inclui um GERADOR DE TESTES.
- Permite a liberdade em investigar e representar graficamente funções com um tutorial para dominar competências matemáticas (ex: álgebra, trigonometria e cálculo a uma variável, geometria, probabilidades) auxiliando ao aluno a desenvolver a sua própria solução passo a passo. Cada passo verifica a resolução e tem ajuda disponível se for pedida.

Fig 4.- MathTeacher

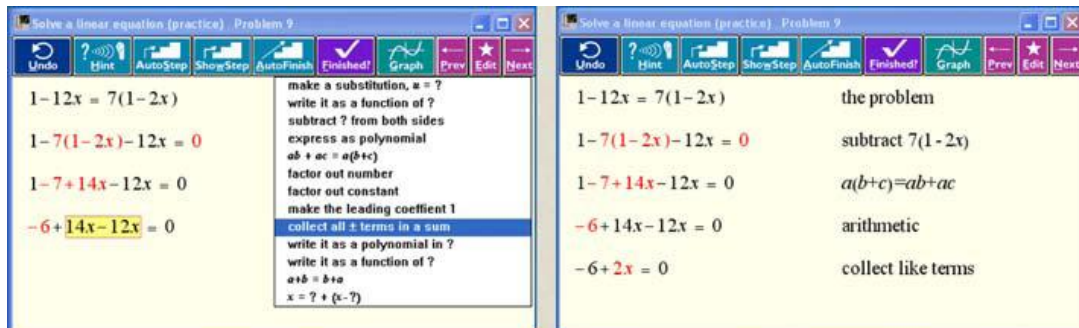


MathXpert (<http://www.helpwithmath.com/index.php>)

MathXpert é um programa concebido para ajudar estudantes a aprender álgebra, trigonometria, e Cálculo a uma variável, auxiliando o aluno a desenvolver a sua própria solução passo a passo (Beeson, 1990, 1996). A concepção do MathXpert segue princípios ditados pela intenção de apoiar a aprendizagem como por ex: deve-se evitar qualquer erro porque mesmo um erro ligeiro pode inutilizar completamente um trabalho pois a matemática é cumulativa. Portanto é preciso dominar cada parte do assunto antes de passar ao assunto seguinte, sendo que o princípio da

transparência significa que o utilizador escolhe os passos e portanto controla o desenvolvimento dos cálculos, enquanto o computador se ocupa dos pormenores de baixo nível.

Fig 5- MathXpert

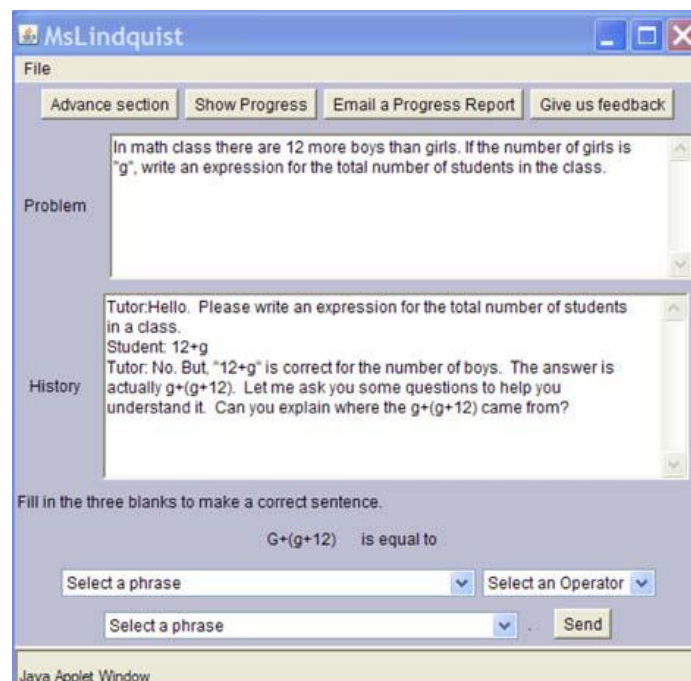


MsLindquist (<http://www.algebratutor.org/>)

– É concebido para problemas de álgebra apresentados em linguagem corrente para todo o ensino secundário (Heffernan et al 2000;. Heffernan, 2003).

– Combina um modelo cognitivo com um modelo pedagógico com tutorial baseado no diálogo. O modelo algébrico leva à tarefa de escrever uma expressão algébrica num contexto de um problema do mundo real, enquanto o modelo tutorial baseia-se na observação de um professor com experiência e capta as estratégias específicas no domínio da simbolização.

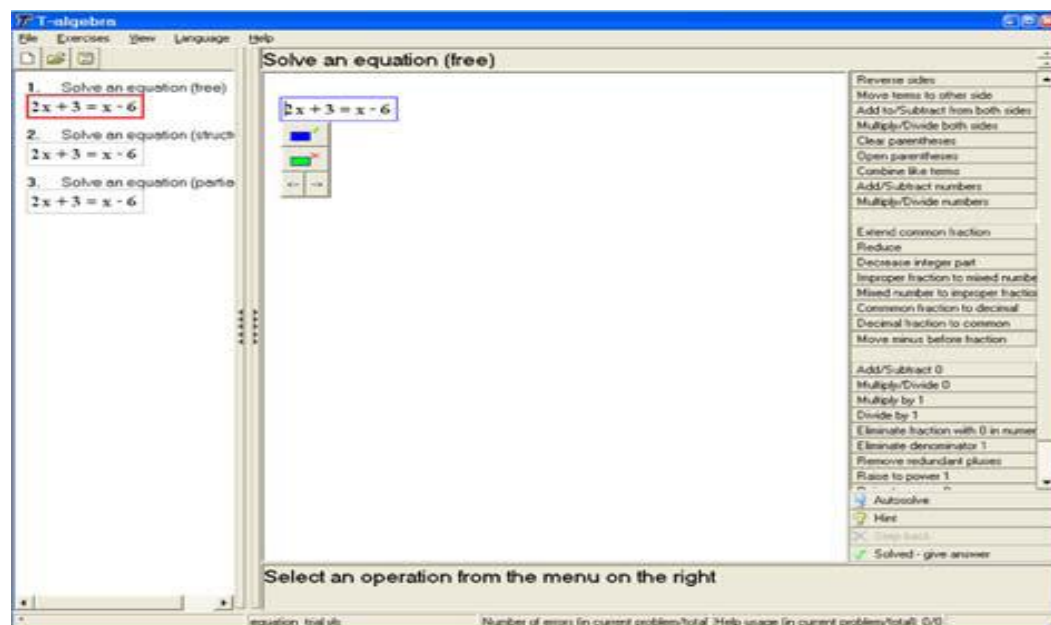
Fig 6- MsLindquist



T-Álgebra

- Para resolver problemas de álgebra passo-a-passo (Lepp et al. 2005, Prank et al. 2006). - resolve os seguintes problemas: o cálculo de valores das expressões numéricas, operações com frações, resolver equações lineares, inequações e sistemas de equações lineares, e ainda operações com monómios e polinómios.
- Possibilita o diagnóstico de erros definindo cada passo da solução como consistindo em 3 estágios: seleção da regra de transformação, identificar as partes da expressão onde a regra vai ser aplicada, e introduzir o resultado da operação.

Fig 7 - T-Álgebra



● Os **Software** desenvolvidos pela equipa TELMA e seleccionados para o estudo são:

Aplusix II (<http://applusix.imag.fr>)

É um software direccionado à aprendizagem de álgebra, desenvolvidos pela equipe DidaTic, do laboratório Leibniz, na França.

O software pode ser instalado acessando a pagina <http://applusix.imag.fr>. Possui licença demo e pode ser utilizado por 30 dias. Após

isso funciona por apenas dez minutos. Para ter seu uso pleno e preciso registá-lo.

Aplusix II tem três softwares embutidos:

- O ambiente do aluno, Aplusix.exe, que permite que o professor veja as actividades anteriores dos alunos;
- Um editor de exercícios, EditorExercicios.exe, que permite que os professores criem arquivos de exercícios ou de problemas de modelagem. Ele tem seu próprio manual de utilização;
- Um software de administração, Administracao.exe, que permite que os professores gerenciem as classes em um servidor. Ele também tem um manual de utilização. Os manuais foram traduzidos para o português por M. Bittar.

Conforme o próprio manual diz, este é um software elaborado para utilização em estabelecimentos escolares que funcionam em rede e tem um servidor. Mas também pode ser utilizado em computadores autónomos, tanto em escolas quanto em casa.

Permite

- a resolução de exercícios de Álgebra e aritmética do ensino secundário (Nicaud e tal. 2003, 2004)
- rever o que foi feito- a sua característica central é a validação das soluções dos alunos (verifica a correcção de cálculos e da resposta e propicia a correcção por parte do professor que pode aceder às estatísticas indicando a quantidade de exercícios que os alunos resolveram os bem resolvidos, os mal resolvidos e os scores (pontuação)
- Retirar os apoios aos alunos (limita ou desativa comandos, impede o sistema de dar solução.

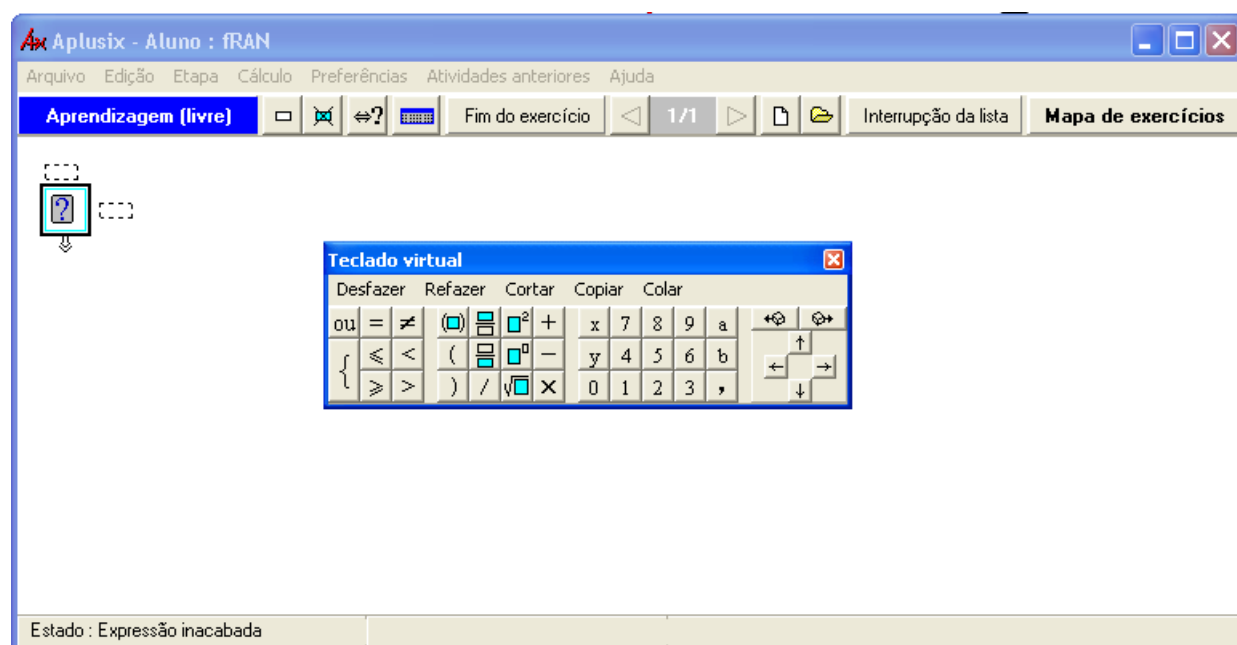
O programa Aplusix II possui quatro modos diferentes de trabalho: Micromundo, Exercícios, Lista de Exercícios e Videocassete.

–No modo Micromundo, apresenta uma tela, semelhante a um papel em branco, onde o usuário resolverá o exercício que quiser.

Entende-se por micromundo de acordo com Bellemain apud Puga e Gonçalves (2006): um “sistema que permite simular ou reproduzir um domínio do mundo real, e que tem como objetivo abordar e resolver uma classe de problemas”.

Na Figura 8 pode-se observar a tela que é apresentada ao aluno no início do seu acesso:

Fig 8- Teclado virtual do Aplusix II



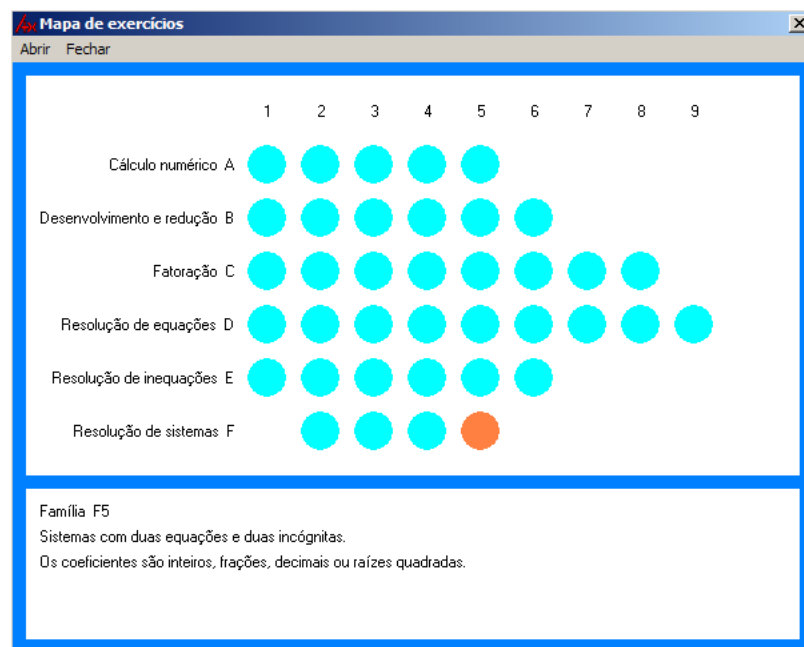
Há janelas que auxiliam nas ações que podem ser executadas pelo usuário e fica visível na tela um teclado virtual, no qual constam os Algarismos, os símbolos das operações, sinais de igualdade e desigualdade, auxílio para escrever frações, números com radical, com potência, expressões com parênteses. Ainda existem os menus desfazer, refazer, recortar, copiar e colar.

–Quanto aos **Exercícios**, há as opções de cálculo numérico, desenvolver, fatorar ou resolver equações, inadequações ou sistemas de equações. No modo Lista de Exercícios, o aluno pode efetuar as seguintes ações: digitar um exercício a partir de um livro ou de uma lista fornecida pelo professor ou, ainda, resolver exercícios do Mapa de testes, e, finalmente, a opção

Videocassete, que permite visualizar todas as ações realizadas com o mouse ou com o teclado. Isso significa que a resolução de um exercício é, automaticamente, gravada e poderá ser analisada posteriormente pelo professor.

–No chamado **Mapa de exercícios**, existe uma divisão em seis classes de exercícios e nove níveis (nem todas as classes possuem exercícios de todos os níveis). As classes são: Cálculo numérico, desenvolvimento e redução, factoração, resolução de equações, resolução de inequações, resolução de sistemas. O mapa de exercícios pode ser visualizado na Figura 9

Fig. 9- Mapa de exercícios do Aplusix II



O Aplusix II pode ser utilizado de diversas maneiras pelo professor. Ele pode preparar listas de exercícios ou deixar os alunos resolverem exercícios livremente.

No menu Atividade livre, há quatro opções de actividades: calcular, resolver, fatorar e desenvolver.

Arilab2 (http://www.itd.ge.cnr.it/arilab_english/index.html)

–Direccionado para resolver problemas de aritmética (Cerulli Mariotti 2000 e Bottino e Chiappini 2003)

- Ajuda o professor a conceber ambientes de aprendizagem, que tenham em conta as características pessoais de cada estudante.
- Permite ao estudante enquanto resolve um problema interactivar com colegas/professor trocando mensagens e soluções.
- Além disso, ao construir uma solução pode interatuar com diferentes micromundos: **Abacus, Fraction, Euro** o que permite comparar diferentes representações da mesma noção matemática.

Fig. 10 - Arilab2 (micromundos: Abacus, Fraction, Euro)



1- Abacus

Possibilita representar números no sistema posicional decimal, construir o ábaco e nele executar operações de soma e diferença usando contas.

2-Fraction

Possibilita construir fracções que são representadas graficamente e simbolicamente como pontos na linha de número

Explorar as suas propriedades em relação a tópicos como comparação/ordenação de fracções; operações com fracções e fracções equivalentes.

3- Euro

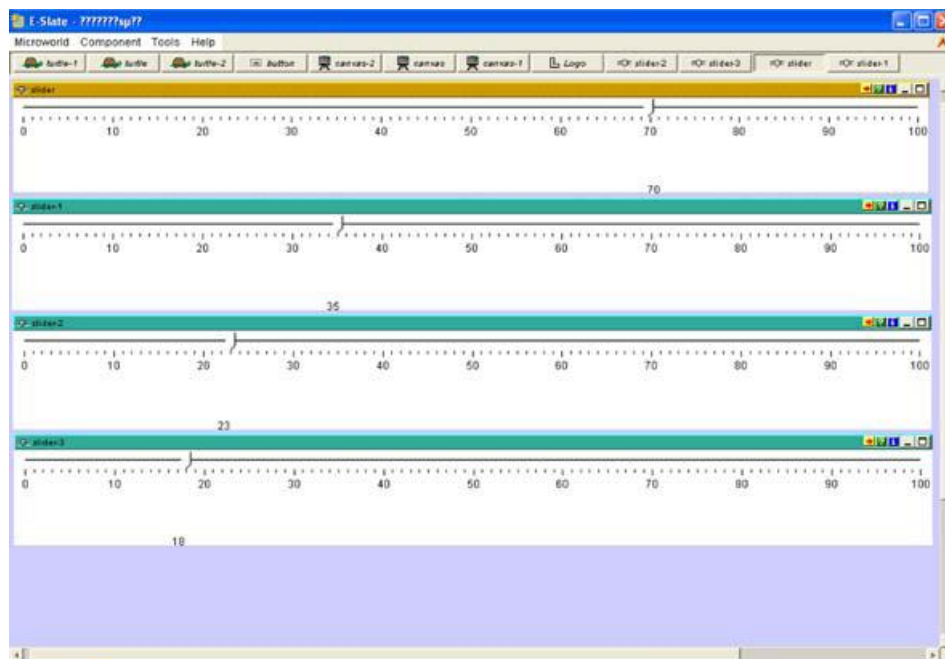
Possibilita manipular moedas/notas do sistema monetário europeu e resolver problemas relacionados ao uso do euro (contar o dinheiro, saldo, câmbio, etc).

E-slate (<http://e-slate.cti.gr/>)

–é um ambiente de aprendizagem exploratória que fornece um ambiente de trabalho para não programadores criarem softwares dinâmicos com muitas funcionalidades (Kynigos 2001, 2007).

–As atividades educacionais podem ser transformadas em software na forma de “micromundos” interativos contendo componentes educacionais concebidos para fins específicos. Os “micromundos de software podem ser construídos facilmente, associando os elementos em várias configurações. Contudo também há “micromundos fazendo parte de próprio programa (exemplo: Fraction), que podem ser usados por professores e alunos como ambientes de aprendizagem exploratória.

Fig 11 - E-slate



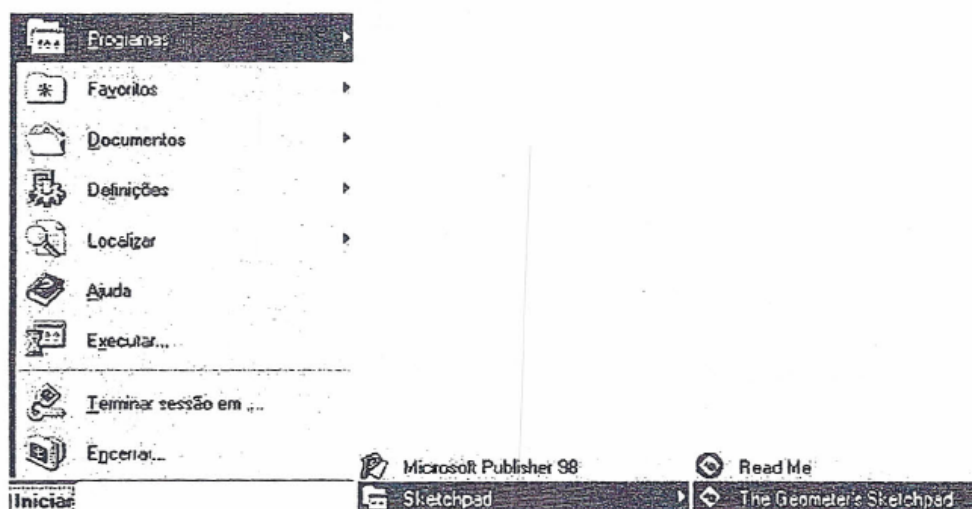
Anexo 2

**TAREFAS DO 6º ANO E DO 7º ANO DA DISSERTAÇÃO “*ACTIVIDADES DE CARÁTER INVESTIGATIVO EM AMBIENTES DE GEOMETRIA DINÂMICA*”
REALIZADA PELA DRA. ISABEL GORGULHO**

Anexo 1 - Exploração do Geometer's Sketchpad

Vamos conhecer o Geometer's Sketchpad

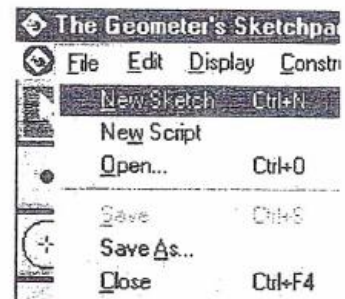
1º passo: Para abrires o programa deverás fazer um clique com o rato em:



Aparecerá a janela onde poderás construir várias figuras e efectuares vários cálculos. Vamos chamar Barra de Menu à parte superior da janela, Botões à parte lateral e Espaço de Desenho ao centro da janela:



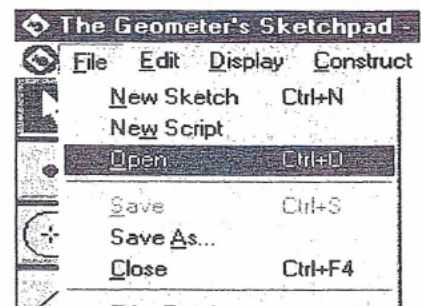
3º passo: Para abrires um novo ficheiro basta:




4º passo: Para gravar um ficheiro:





5º passo: Para abrir um ficheiro já existente:



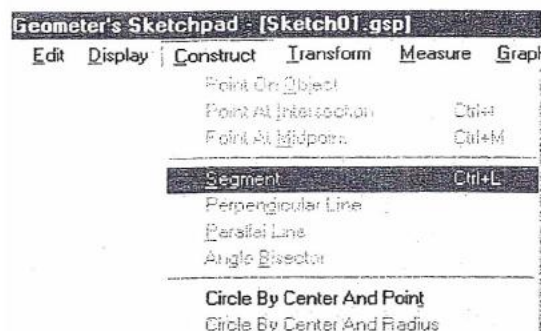
Vamos desenhar triângulos:

1º passo: Abre um novo ficheiro do Geometer's Sktechpad e com o botão  cria três pontos.

2º passo: Atribui letras aos pontos da seguinte forma: selecciona o botão  e aproxima o cursor dos pontos que acabaste de criar.

3º passo: Selecciona o botão  e com o auxílio da tecla shift selecciona dois dos pontos.

4º passo: Para construíres o lado do triângulo (segmento), na barra de menu selecciona:



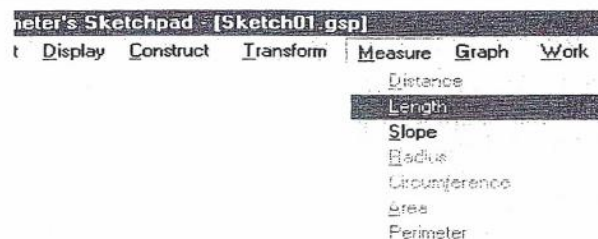
5º Passo: Faz o mesmo para os outros pontos até obteres um triângulo.

Vamos medir o perímetro de um triângulo:

Sabes que o perímetro de qualquer polígono é a soma de todos os lados. Para calculares o perímetro do triângulo que desenhaste precisas de conhecer primeiro o comprimento dos seus lados e depois podes somar os valores obtidos ou usar a calculadora que está incluída no gsp.

1º Passo: Com o botão  selecciona um dos lados do triângulo

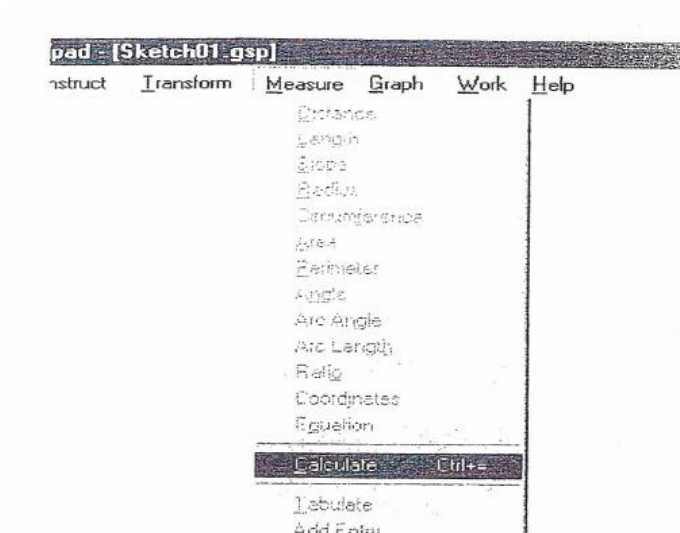
2º Passo: Na barra de menu selecciona



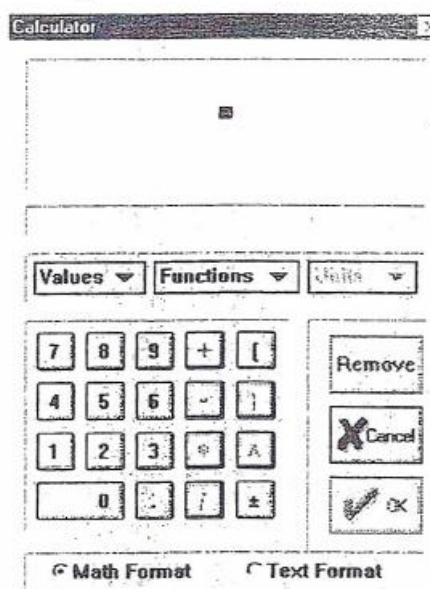
3º passo: Regista na seguinte tabela os comprimentos dos lados do triângulo:

| \overline{AB} | \overline{BC} | \overline{AC} |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | |

4º passo: Para calculares o perímetro do triângulo usando a calculadora do gsp selecciona na Barra de Menu:



Surgirá então uma calculadora:

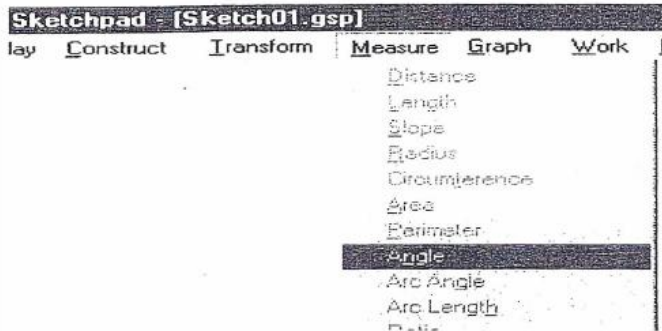


6º passo: Agora basta seleccionares o comprimento de um dos lados carregar com o rato na tecla +, seleccionar outro comprimento voltar a carregar a tecla + e por fim seleccionar o último comprimento e clicar na tecla ok. O valor que obténs é a soma de todos os lados ou seja o perímetro.

7º passo: O GSP permite-te calcular o perímetro de muitos triângulos a partir deste que desenhaste. Para isso basta alterares as dimensões do triângulo, "pega" com o cursor do rato um dos vértices do triângulo e arrasta até aumentares ou diminuíres o triângulo.

Vamos medir os ângulos do triângulo:

1º passo: Selecciona três pontos e na barra de menu e escolhe



2º passo: Regista as amplitudes dos ângulos na seguinte tabela:

| Ângulo: | Ângulo: | Ângulo: |
|---------|---------|---------|
| | | |

3º passo: Usando a calculadora do GSP, calcula a soma dos ângulos internos do triângulo.

4º passo: Arrasta um dos vértices de forma a teres triângulos rectângulos, acutângulos e obtusângulos. Verifica que a soma dos ângulos se mantém sempre 180°.

Vamos desenhar rectângulos

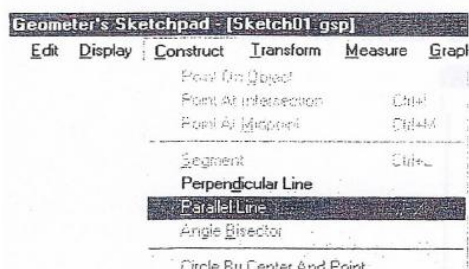
1º passo: Abre um novo ficheiro e marca dois pontos.

2º passo: Constrói um segmento.

3º passo: Selecciona o segmento e um dos pontos. Desenha agora uma recta perpendicular, escolhendo na barra de menu:



4º passo: Selecciona agora o outro extremo do segmento e a recta que acabaste de desenhar. Vais construir uma recta paralela ao segmento:



5º passo: Para desenhares o lado que falta, marca um ponto entre as rectas paralelas, selecciona esse ponto e o segmento e desenha uma recta paralela.

6º passo: Mede o comprimento dos lados e regista na seguinte tabela.

| \overline{AB} | \overline{BC} | \overline{CD} | \overline{AD} |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | | |

7º passo: Calcula o perímetro.

Anexo 2 - Relação entre os lados e os ângulos dos triângulos

1. Abre o ficheiro trig1.gsp, onde está desenhado um triângulo equilátero.
 - a. Arrasta um dos vértices e verifica que algumas propriedades do triângulo se mantêm. Indica quais.
 - b. Justifica porque não é possível obter triângulos rectângulos e obtusângulos a partir do triângulo equilátero.
2. Abre agora o ficheiro trig2.gsp, onde encontrarás um triângulo isósceles.
 - a. Arrasta um dos vértices e tenta obter, a partir deste, triângulos rectângulos, acutângulos e obtusângulos.
 - b. Tenta descrever a relação existente entre os lados e os ângulos dos triângulos que fores obtendo.

3. Vais agora analisar o triângulo escaleno, para tal abre o ficheiro trig3.gsp.

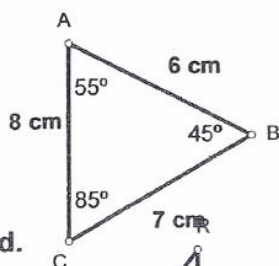
- Arrasta um dos vértices e tenta obter, a partir deste, triângulos rectângulos, acutângulos e obtusângulos.
- Tenta descrever a relação existente entre os lados e os ângulos dos triângulos que fores obtendo.

4. Completa as seguintes frases:

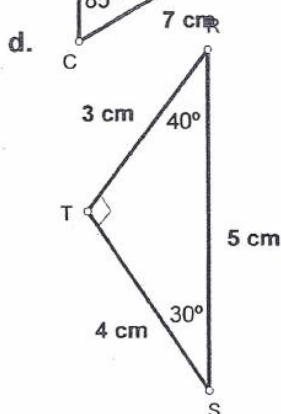
- Quanto aos ângulos um triângulo equilátero classifica-se sempre como acutângulo.
- Um triângulo escaleno tem os três lados diferentes e os três ângulos distintos.
- Um triângulo obtusângulo pode ser construído a partir de um triângulo acutângulo ou de um triângulo rectângulo, mas nunca de um equilátero.

5. Observa os seguintes triângulos, mas atenção que não estão

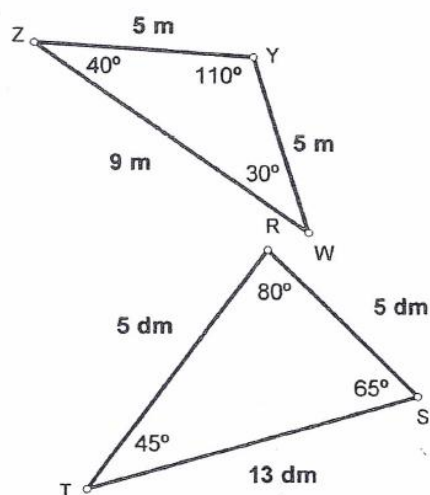
a.



c.



b.



Anexo 3 - Classificação de quadriláteros

Com esta tarefa vais estudar a classificação de alguns quadriláteros.

1. Abre o ficheiro quad1.gsp onde está desenhado um quadrilátero que se classifica como trapézio paralelogramo. Descobre quais as características deste tipo de quadriláteros.
2. Abre agora o ficheiro quad2.gsp e estuda as características dos quadriláteros trapézios não paralelogramos. O que descobriste?
3. Os trapézios não paralelogramos podem ser trapézios isósceles, trapézios escalenos ou trapézios rectângulos. Abre o ficheiro trap.gsp e descobre as propriedades de cada um.